

ХРИСТО КИЛИФАРЕВ

СХЕМОТЕХНИКА

Христо Стефанов Килифарев

СХЕМОТЕХНИКА



УНИВЕРСИТЕТСКО ИЗДАТЕЛСТВО
“ВАСИЛ АПРИЛОВ”
ГАБРОВО, 2024

© Христо Стефанов Килифарев – автор, 2024

Рецензент: Проф. Николай Маджаров

Печат: Университетско издателство “Васил Априлов” – Габрово, 2024

ISBN: 978-954-683-708-0

Предговор

Настоящата книга е предназначена за студентите от специалност “Софтуерно и компютърно инженерство” при ТУ - Габрово и представлява изложение на основни части от лекционния материал по учебната дисциплина „Схемотехника“.

Учебникът има за цел да даде основни теоретични знания и да създаде практически умения, свързани с основите на схемотехниката, функционалните възможности на цифровите елементи и приложението им при изграждане на цифрови устройства.

Материалът по дисциплината “Схемотехника” обхваща теми от области като:

- основни понятия и закони в електрическите вериги,
- основи на електрическите измервания,
- логически функции и булева алгебра,
- елементна база и функционални цифрови устройства,
- комбинационни логически схеми и последователностни схеми,
- линейни и нелинейни импулсни схеми,
- транзисторни ключове, аналогово-цифрови и цифрово-аналогови преобразуватели.

Изложението е съпроводено с множество примери, които могат да спомогнат за самостоятелната подготовка на студентите.

Учебникът може да се използва за обучение както от студенти, така и от учащи се от други категории, желаещи да разширят знанията и уменията си по обхванатите основни теми.

Авторът сърдечно благодари на проф. д-тн инж. Райчо Иларионов и на доц. д-р инж. Иван Симеонов за предоставените материали, полезните съвети и оказаната помощ при съставянето и редактирането на учебника.

Авторът благодари на проф. д-р инж. Николай Маджаров за рецензирането, направените забележки и препоръки по съдържанието и оформянето на учебника.

Габрово, септември 2024 г.

Авторът

1. Електрически измервания

Въведение в електрическите измервания. Основни понятия и определения. Основни метрологични характеристики на средствата за измерване. Международна система измервателни единици – СИ (SI).

1.1. Въведение в електрическите измервания

Постиженията на съвременната наука и техника се базират на развитието на методите и средствата за измерване. От своя страна развитието на науката и техниката е предпоставка за създаване на все по-съвършени измервателни средства. От тази взаимна зависимост следва изводът, че електрическите измервания на електрически и особено на неелектрически величини са се наложили навсякъде където се изисква чувствителност и точност. Една от причините за това е, че енергията и информацията се преобразуват и пренасят на големи разстояния по електрически път. Освен това електрическите величини (напрежение, ток, мощност, честота и т.н.) се измерват с много голяма точност в широк диапазон. Ето защо много неелектрически величини (температура, налягане, влажност, концентрация, ниво, разстояние, линейно преместване, честота на въртене, вибрации и др.) се измерват след като предварително се преобразуват в електрически.

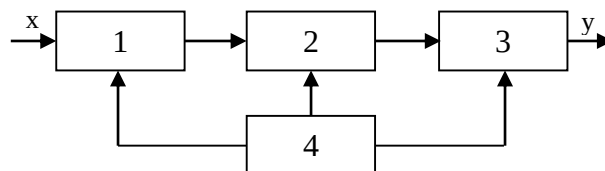
От направеното кратко въведение по-горе следва, че измерваните величини биват неелектрически и електрически:

- Електрически величини - ток, напрежение, мощност, съпротивление, капацитет, индуктивност, честота/период на повторение на сигналите, ...

- Неелектрически величини - температура, влажност, налягане, ниво на течност, разстояние, вибрации, ъгъл на завъртане (енкодери, ...), осветеност (разделимост на спектъра според дължина на вълната (спектрометри, спектросокопи)), звук (звуково налягане, интензитет, db), сила, въртящ момент, тегло, ускорение, концентрация, вибрации ...

В много съвременни производства се изисква висока точност на измерване и поддържане в определени граници на различните технологични параметри. Това изискване се удовлетворява най-пълно чрез използването на електрически и електронни методи за измерване на параметрите. При тези методи измерваната неелектрическа величина се преобразува в подходяща електрическа величина, като електродвижещо напрежение, електрическо съпротивление, капацитет, индуктивност и др.

Уредите, които работят по този принцип имат следните основни елементи (фиг. 1.1): преобразувател 1, електрическа свързваща или усилваща схема 2, регистриращо устройство 3 и захранващо устройство 4.



Фиг. 1.1. Структурна схема за измерване на неелектрически величини

Преобразувателят е най-важната част на уреда. Той представлява устройство, което възприема измененията на измерваната величина и ги преобразува в изменения на друга величина, удобна за усилване, предаване на разстояние или за използване в друга форма. В повечето от случаите технологичният параметър, който характеризира определен процес и е обикновено неелектрическа величина, се преобразува в електрическа, а съответните преобразуватели се наричат електрически.

Основните изисквания, които се предявяват към преобразувателите, са:

- а) осъществяване на непрекъсната и еднозначна зависимост между изходната и входната величина;
- б) достатъчна чувствителност, колкото по-голяма е чувствителността на преобразувателя, толкова по-висока е точността на измерването;
- в) постоянство на характеристиките с течение на времето;
- г) малка инертност;
- д) отсъствие на обратно въздействие на преобразувателя върху контролирания процес;
- е) минимално влияние на външните фактори /температура, влажност, вибрации и др./ върху характеристиките на преобразувателя;
- ж) простота, технологичност и ремонтпригодност на конструкцията.

Електрическите преобразуватели могат да бъдат разделени по различни признаци. Най-съществено значение обаче има класифицирането им в зависимост от характера на изходната електрическа величина и в зависимост от структурната схема на преобразувателя.

В зависимост от характера на изходната електрическа величина, преобразувателите се делят на параметрични и генераторни.

Параметрични преобразуватели са тези, които под действие на неелектрическата величина изменят някои от електростатичните си параметри (съпротивление, капацитет, индуктивност и др.). За измерването на тези параметри е необходим външен токоизточник. Тези преобразуватели са по-прости по устройство, поради което са получили широко приложение. Към тях спадат контактни

преобразуватели, термосъпротивителни преобразуватели, капацитивни преобразуватели, индуктивни преобразуватели, фотоелектрически преобразуватели, магнитоеластични преобразуватели и др.

Генераторните преобразуватели преобразуват входната величина в електродвижещо напрежение. Поради това в повечето случаи измервателната схема, по която те работят, е сравнително проста.

Към тази група спадат индукционни преобразуватели, термоелектрически преобразуватели, вентилни фотоелектрически преобразуватели, преобразуватели на Хол и др.

Съгласно съвременните схващания измервателният процес е познавателен процес, при който посредством физически експеримент се получава информация за съотношението между измерваната величина и друга еднородна на нея величина приета за единица (мярка). По такъв начин всеки измервателен процес включва: **измервана величина, измерителна единица, измерителен метод, измерително средство, резултат от измерването, обработка на резултата.**

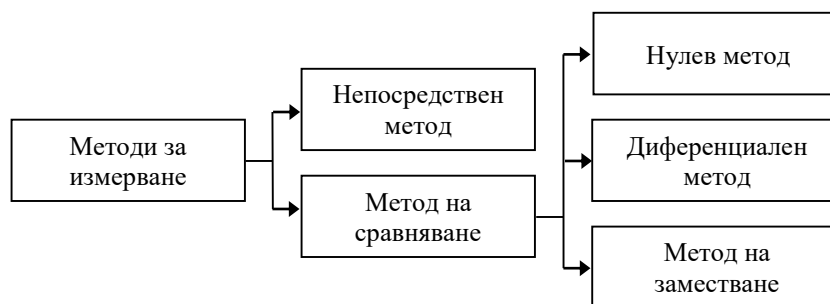
Под измерване (съгласно с БДС 11244 - 73) се разбира съвкупността от експериментални действия, с които се цели да се определи числената стойност на дадена величина [1].

Между свойствата на предметите и явленията, а оттам и на величините, които описват тези свойства, съществуват обективни връзки. Тези връзки се задават с уравнения, посредством които едни величини могат да се изразяват чрез други величини. В тази връзка една част от величините могат да се отделят като **основни**. Всички останали величини и единиците им се наричат **производни**. Съвкупността от основните и производни единици образува система от измерителни единици. Основните величини заложили в международната система от измерителни единици (СИ, SI), приета и действаща у нас от 1965 г., са дадени в таблица 1.2 (*Основни и допълнителни единици от SI*) [4].

1.2. Основни понятия и определения

1.2.1. Методи за измерване

Съществуват два основни метода за измерване - непосредствен метод и метод на сравняването (фиг. 1.2).



Фиг. 1.2. Класификация на методите за измерване [2]

При метода на непосредствената оценка численото значение на измерваната физическа величина се определя непосредствено по показанията на измервателния апарат (например, измерването на напрежение с волтметър, големината на тока с амперметър и т.н.).

Бързината на измервателния процес при този метод често го прави незаменим за практиката, но разбира се точността на измерванията обикновено е ограничена.

Метод на сравняването се нарича този метод, при който измерваната величина се определя чрез непосредствено сравняване с друга известна величина или с образцова мярка на същата величина. От своя страна този метод може да се реализира по три възможни начина: нулев, диференциален и метод на заместването.

- Нулев метод е този, при който измерваната величина се определя, чрез компенсирането ѝ с друга известна величина от същия род.

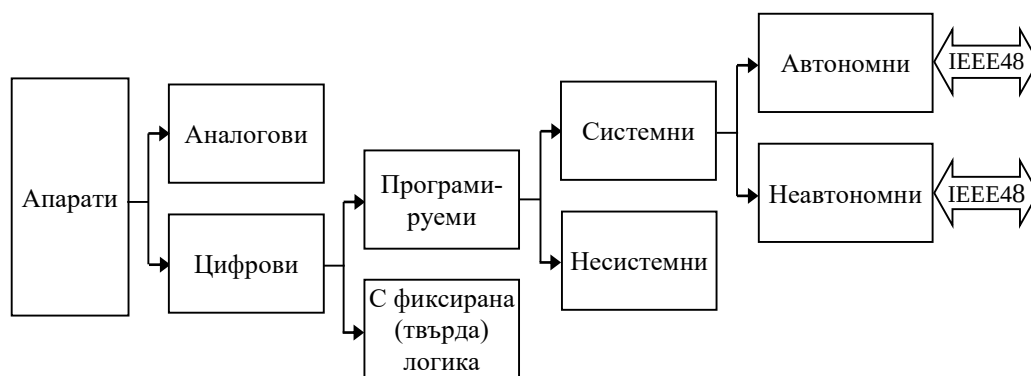
- Диференциален метод е този, при който се измерва разликата между измерваната и известната величина.

- Метод на заместването се нарича методът, при който измерваната величина се замества с известна величина, която не предизвиква промяна в измервателния апарат.

В електротехниката най-широко приложение е намерил методът на непосредствената оценка. Този метод обаче дава по-малка точност (до 0,1%). Когато е необходимо да се направи измерване с по-голяма точност се използват сравнителни методи [2].

1.2.2. Класификация на измервателните апарати

Измервателните апарати могат да се класифицират по различни признаци [2]. Обобщена блокова схема е показана на фиг. 1.3.



Фиг. 1.3. Обобщена класификация на измервателните уреди [2]

Най-съществено е разделянето на измервателните апарати на две основни групи: аналогови и цифрови.

Аналоговите апарати регистрират резултата върху скалата на стрелковата измервателна система.

Цифровите апарати преобразуват аналоговия сигнал в цифров код и резултатът от измерването се преобразува във вид на десетично число с определен брой разреди.

Цифровите апарати от своя страна биват програмируеми и непрограмируеми т.е. с твърда логика. В структурата на програмируемите апарати участва микропроцесор или микроконтролер. В апаратите с твърда логика липсва микропроцесор. Те се изграждат обикновено със специализирани интегрални схеми. Това рязко намалява обема, теглото и консумацията от хранящия източник, което позволява автономно (батерийно) хранване. Типичен представител на тази група апарати са мултиметрите джобен формат.

Програмируемите измервателни апарати от своя страна са системни и несистемни. Апаратите от системен тип могат да се управляват от персонални компютри и по този начин се изграждат компютърно базирани измервателни системи. За целта може да се използва световно приетия стандарт IEEE 488, наречен инструментален интерфейс.

Съществуват и други компютърно базирани измервателни системи, жични и безжични, които използват различни интерфейси, например USB, RS485, Bluetooth, Wi-Fi.

1.2.3. Апарати за измерване на напрежение и големина на електрически ток

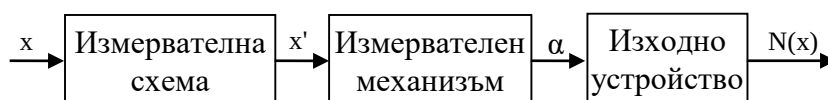
Напрежението и големината на електрическия ток се измерват с уреди за непосредствена оценка или уреди използващи метода на сравняването (компенсатори).

По своите конструктивни особености тези апарати условно могат да се разделят на три основни групи:

- Електромеханични;
- Електронно-аналогови;
- Цифрови.

Електромеханични апарати

Към тях спадат клас аналогови апарати за непосредствена оценка притежаващи редица предимства: простота и надеждна конструкция, лесна експлоатация, отчитат средноквадратична стойност при измерване на променливо напрежение. Последното обстоятелство позволява измерване на най-информативния параметър на сигнала без методическа грешка. Тези апарати се строят по схемата показана на фиг. 1.4.

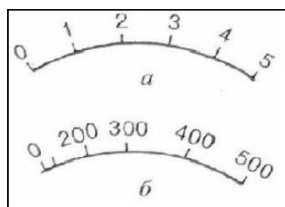


Фиг. 1.4. Принципна схема на електромеханични измервателни апарати [2]

Измервателната схема на електромеханичните апарати съдържа съвкупност от съпротивления, индуктивности, капацитети и други елементи на електрическите вериги на апарата и осъществява количествено или качествено преобразуване на входната величина x в електрическа величина x' , на която реагира измервателният механизъм. Този механизъм преобразува електрическата величина x' в механично ъглово или линейно преместване α , значението на което се отразява на скалата на отчетното устройство на апарата, което е градуирано в единиците на измерваната величина $N(x)$. При това е необходимо на всяко значение на измерваната величина да съответства едно единствено отклонение α , което означава, че параметрите на схемата и измервателният механизъм не трябва да се променят при промяна на външните условия: температура на околната среда, честота на захранващата мрежа и други.

Стрелковите електроизмервателни уреди се делят на:

- В зависимост от принципа на действие на измервателния механизъм – различни системи: магнитоелектрическа, електромагнитна, индукционна и др.
- Според вида на измерваната величина – амперметър A , волтметър V , ватметър W , електромер kWh и др.
- Според зависимостта на измерваната величина от времето – за постоянни ($-$), за променливи ($\sim$), за постоянни и променливи величини ($\square$);
- В зависимост от точността на измерване са: прецизни, точни и демонстрационни (с най-малка);
- Според работното положение – за хоризонтално ($\square$), за вертикално ($\perp$) и под $\angle_{\omega}$ определен ъгъл ($\angle$). Съответният знак е отбелязан на скалата на уреда.
- Според скалата – с равномерна (фиг. 1.5а) и с неравномерна скала (фиг. 1.5б).



Фиг. 1.5. Скали: а) – равномерна, б) - неравномерна

Параметри на измервателните уреди

Параметрите на измервателните уреди са:

- **Обхват:** Показва най-голямата стойност $A_{\max}$ на измерваната величина, която отклонява стрелката на максимално деление. Уредите могат да имат няколко обхвата.

- **Константа:** За всеки обхват се определя константа C на обхвата. Тя се изчислява с отношението на най-голямата стойност на величината $A_{\max}$, която може да се измери и броя на деленията $\alpha_{\max}$ (1.1).

$$C = \text{Обхват на уреда} / \text{Брой деления} = A_{\max} / \alpha_{\max} \quad (1.1)$$

Ако стрелката на измервателния уред се е отклонила на α_X деления, то стойността на измерваната величина A_X е (1.2)

$$A_X = C \cdot \alpha_X \quad (1.2)$$

- **Грешки:** При измерванията се допускат грешки поради несъвършенството на измервателните уреди, методи и средства, поради случайни влияния, от субективен характер и др.

Абсолютната грешка $\Delta \varepsilon$ е разликата между измерената $A_{\text{изм}}$ и действителната стойност A на величината (1.3):

$$\Delta \varepsilon = A_{\text{изм}} - A \quad (1.3)$$

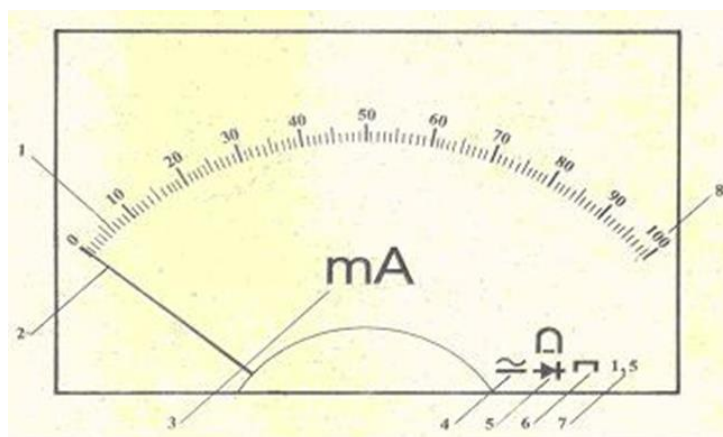
Приведената грешка ε' е отношението на абсолютната грешка към обхвата $A_{\max}$ (1.4):

$$\varepsilon' = \frac{\Delta \varepsilon}{A_{\max}} \cdot 100(\%) \quad (1.4)$$

Измерва се в проценти (%).

Най-голямата приведена грешка (в проценти) определя класа на точност на измервателния уред за непосредствена оценка. По него се съди за точността на уреда. Най-висок клас на точност е 0.05 (%), а най-нисък – 4 (%).

На скалите на измервателните уреди са означени всички важни данни, необходими за правилната експлоатация на уреда: вид на измерваната величина, измервателна единица, клас на точност, работно положение на уреда, система на измервателния механизъм и др. (фиг. 1.6).



Фиг. 1.6. Аналогов милиамперметър

На фиг. 1.6 се виждат означенията върху скалата на уреда: 1- скала, 2- стрелка, 3- знак за вид на уреда, 4-знак за вид на измервания ток, 5- знак за вид на измервателната система, 6-знак за работното положение на уреда, 7- цифра за класа на точност, 8- скала

При цифровите измервателни уреди стойността на измерваната величина се отчита като число от цифрово индикаторно устройство. Това повишава точността и бързината на измерването.

Класификацията на електромеханичните апарати се извършва въз основа на типа измервателен механизъм. Най-разпространени в практиката на електрическите измервания са следните системи: магнитоелектрическа, електромагнитна, електродинамична и индукционната система. Означения на някои от основните видове измервателни системи са представени в таблица 1.1.

Таблица 1.1. Основни видове измервателни системи [3, 4, 5]

Магнитоелектрическа	Магнитоелектрическа с изправител	Електродинамична
		
Електромагнитна	Индукционна	Електростатична
		
Термоизмервателна	Биметална	Вибрационна
		

Основни измервателни системи

Измервателните уреди и системи – това са комплексни средства за измерване, чрез които измерването се извършва напълно. Уредът осигурява непосредствено възприятие от оператора, а системата е съвкупност от мерки, уреди и преобразователи, които обикновено създават сигнал за автоматизирана обработка и за автоматизирани системи за управление.

При **аналоговото** показващо устройство се използва електромеханичен преобразовател и скала, разграфена по подходящ начин, върху която се движи показващата стрелка.

Магнитоелектрическа система

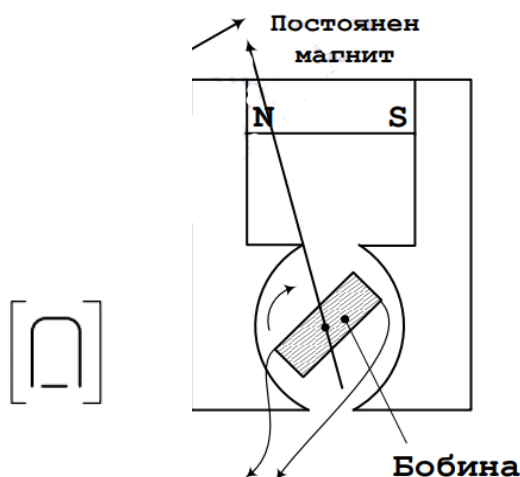
Магнитоелектрическата (магнитоелектрична) система, показана на фиг. 1.7 се състои от постоянен магнит и бобина. Те е разположена между полюсите на магнита и най-често е подвижна, а магнитът - неподвижен. Протичащия през нея ток взаимодейства с магнитното поле и създава въртящ момент, който отклонява закрепената към бобината стрелка. При уредите от магнитоелектрична система въртящият момент се създава от взаимодействието между магнитното поле на постоянен магнит и един или няколко токови контура. Противодействие на

въртящата част и възвръщане в началното положение се създава от специална пружинка. Колкото токът, преминаващ през бобината е по-голям, толкова взаимодействието е по-силно и отклонението на стрелката е по-голямо. Тази система е чувствителна, точна и с равномерна скала. Уредите от тази система са най-точни.

Уредите от магнитоелектрична система имат следните предимства: висока чувствителност, голяма точност, равномерна скала (за амперметри и волтметри), малка собствена консумация и незначително влияние на външни магнитни полета върху показанията им.

Недостатъци на уредите от магнитоелектрична система са: непригодност за измервания във вериги за променлив ток, неиздръжливост при претоварвания и сравнително висока цена.

Приложение: Тази система е в основата на магнитоелектрическите измервателни уреди, които намират широко приложение (за лаборатории и технически цели) като амперметри и волтметри за постоянен ток.



Фиг. 1.7. Магнитоелектрическа измервателна система

Ако се включи към променливотокова верига, уредът би трябвало да измери моментна стойност на тока, но поради инертността на системата, той ще покаже средната стойност на тока, която за един период е равна на нула. Следователно стрелката ще остане неподвижна върху нулевото деление на скалата.

Изправителна (детекторна) система

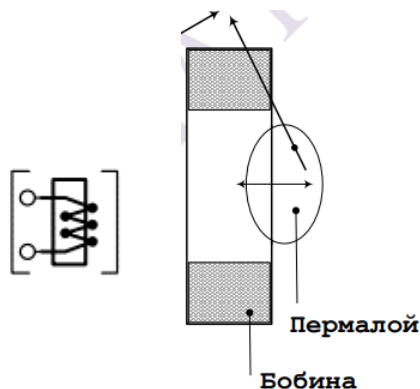
Тя включва магнитоелектрическа система и изправителна група (фиг. 1.8), която преобразува променливия ток в постоянен. Уредите от изправителната система може да се използват и като амперметри и волтметри за променлив ток. Самото преобразуване на променливите величини в постоянни, обаче поражда допълнителна грешка, която влошава класа на точност на уреда за променлив ток.



Фиг. 1.8. Магнитоелектрическа изправителна (детекторна) система

Електромагнитна система

В електромагнитната система показана на фиг. 1.9 се използва бобина, в чиято вътрешност токът създава магнитно поле, а то привлича котва от пермалой и създава чрез нея въртящ момент за стрелката. Скалата на тези уреди е неравномерно градуирана, като в началото е силно сгъстена. Системата е проста по конструкция. При уредите от електромагнитната система въртящият момент се създава от въздействието на магнитното поле на един токов контур върху ядра от магнитно мек материал, едното от които е свързано с подвижната част на уреда.



Фиг. 1.9. Електромагнитна измервателна система

Според своята конструкция уредите от електромагнитната система биват: уреди с плоска бобина и уреди с кръгла бобина.

Уредите от електромагнитна система могат да работят при постоянен и при променлив ток. Скалата на тези уреди е неравномерна. Посредством конструктивни методи е постигнато скалата да бъде почти равномерна в работната си част – след първите 20- 25%.

Приложение: Уредите от електромагнитната система се използват като амперметри и волтметри както за постоянен, така и за променлив ток. Промислените променливотокови измервания се извършват изключително чрез уреди (амперметри и волтметри) от тази система.

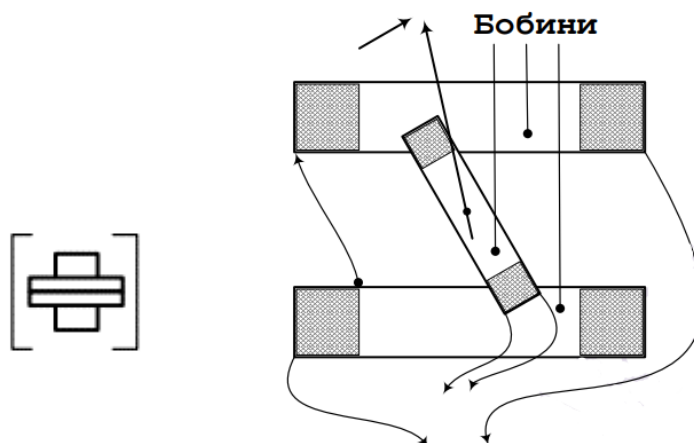
Уредите от електромагнитна система имат проста конструкция, поради което са сравнително по-евтини спрямо уредите от другите системи. Те издържат претоварване, понеже измервания ток преминава през неподвижна бобина, която може да се изработи от сравнително дебел проводник. Това дава възможност за измерване на сравнително големи токове.

Уредите от електромагнитна система имат малка точност. Обикновено те са с клас на точност 1.5 и 2.5.

Електродинамична система

В електродинамичната система (фиг. 1.10) се използва взаимодействието на магнитните потоци на две бобини, през които протича ток. Двете вериги на тока правят от системата умножител, което дава възможност за измерване на мощност.

Тези уреди се използват като амперметри, волтметри и ватметри. Скалите на амперметрите и волтметрите са неравномерни (квадратични), но посредством конструктивни мерки е постигнато тя да бъде почти равномерна в работната си част. При ватметрите двигателният момент е пропорционален на мощността на веригата (при постоянен ток) или на активната мощност (при променлив ток). Затова те имат равномерна скала.



Фиг. 1.10. Електродинамична измервателна система

Предимствата на уредите от електродинамична система са: висок клас на точност и пригодност за измервания при постоянен и променлив ток.

Тези уреди имат следните недостатъци: неиздръжливост при претоварвания, голяма собствена консумация, сравнително висока цена и значително влияние на външни магнитни полета върху показанията.

Приложение: Уредите от тази система се използват като ватметри – за измерване на електрическа мощност. Електродинамичните ватметри са с висок клас на точност – от 0,1 до 0,5.

Индукционна система

Индукционната система (фиг. 1.11) се характеризира с взаимодействието на променливи магнитни потоци и вихрови токове, създадени от тях в електропроводим елемент. Електроизмервателните уреди от индукционната система са предназначени само за променлив ток. Включването към постоянно напрежение обикновено е съпроводено от изгаряне на бобините!

Устройството на уред от индукционна система е показано на фиг. 1.11. Намотката на електромагнита 2 има голям брой навивки, свързва се паралелно на товара и се нарича **напрежителна бобина**. Намотката на електромагнита 1 има малък брой навивки, свързва се последователно с товара и се нарича **токова бобина**.

Протичащите токове в бобините на електромагнитите създават бягащо магнитно поле. Картината на магнитното поле във въздушните междини на електромагнитите с течение на времето се изменя като картината на магнитното поле на преместващи се един след друг полюси на постоянен магнит. От тук идва и наименованието на полето "бягащо". Магнитните линии на бягащото магнитно поле пронизват алуминиевият диск 3 и индуцират в него вихрови токове. Тези токове си взаимодействат с бягащото магнитно поле и създават въртящ момент, под чието действие диска започва да се върти по посока на преместването на полето.

Създаденият двигателен момент е пропорционален на активната мощност на електрическата верига.

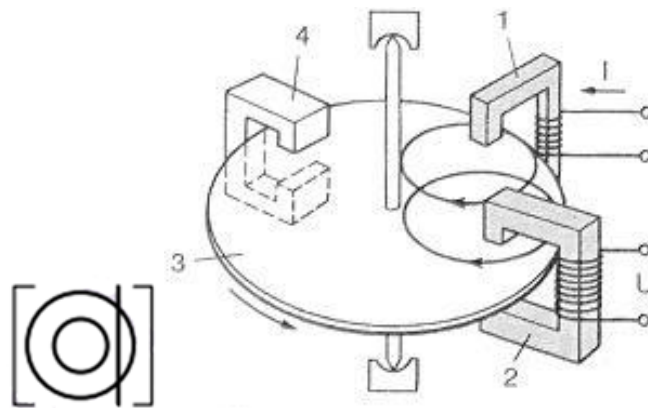
Ако върху диска действа само постоянен въртящ момент, движението на подвижната част на електромера ще бъде равноускорително. За да се получи равномерно движение, върху диска трябва да действа и противодействащ момент.

Противодействащият момент се създава при взаимодействието на полето на постоянния магнит 4 с токовете, индуцирани от това поле на диска 3. Мп нараства

с увеличаване на ъгловата честота на диска. Въртенето му се предава чрез червячна предавка и система от зъбни колела на броячен механизъм.

При измервателните уреди от индукционната система, които намират приложение като електромери за битови и промишлени цели, количеството консумирана електроенергия [W] за отчетеното време е пропорционална на броя на оборотите [N] на диска.

Приложение: Използването на електроизмервателни уреди не налага доброто познаване на тяхното устройство. Необходимо е умение да се работи с тях. От принципа на действие на индукционните уреди се вижда, че те могат да се използват за измервания само във вериги за променлив ток. От тази система се правят предимно ватметри и електромери.



Фиг. 1.11. Индукционна измервателна система

Консумираната електроенергия се отчита в киловатчас (kWh) или мегаватчас (MWh).

Измервателните уреди от индукционната система са устойчиви на претоварване, имат голям въртящ момент, малка чувствителност от външни магнитни полета, но са недостатъчно чувствителни и показанията им зависят от честотата на измерваната електроенергия, както и от температурата на околната среда.

Феродинамична система

Тези уреди имат същия принцип, като електродинамичните уреди, но бобините имат магнитопроводи. Притежават голям Мв поради силното собствено магнитно поле.

Използват се за точни и лабораторни измервания в променливотокови вериги като записващи измервателни уреди.

Топлинна система

Използва се топлинният ефект на електричния ток. Нагрива се проводник (термоизмервателна система) или биметална пластина. Тези уреди имат показания, които не зависят от честотата и затова се ползват за измервания до 10-15 MHz.

Капацитивна система

При тази система двигателният момент на електростатичните измервателни механизми се дължи на взаимодействието между две или повече тела, наелектризирани до различен електрически потенциал (отблъскване между еднopolярно заредени пластинки или привличане при разнополярното им зареждане). Част от пластинките са неподвижни, а към подвижните е закрепена

стрелка. Създаденият въртящ момент (съответно отклоняването на стрелката на уреда) е пропорционален на квадрата на измерваното напрежение, поради което могат да се измерват както постоянни, така и променливи напрежения. Имат сравнително висок клас на точност, незначителна собствена консумация, не се влияят от външните магнитни полета, температура и честота на измерваното напрежение. Основен недостатък на електростатичните механизми е малкият им двигателен момент. По тази причина подвижната им част се закрепва почти винаги на разтяжки (или дори на подвески) и се използва светлинно отчитане. Въпреки това те могат да имат обхвати под 10 V.

Вибрационна система

Тази система се използва за измерване на сравнително ниски честоти до около 100 Hz. Принципът на действие се основава на явлението механичен резонанс. В конструкцията на тази измервателна система има определен брой пластинки с различна дебелина (подредени като гребен), които са закрепени за обща основа, която вибрира от електромагнит, към който се подава измерваното променливо напрежение (ток) с неизвестна честота. Тази пластинка, която изпадне в механичен резонанс трепти с най-голяма амплитуда – нейната резонансна честота е най-близка до удвоената измервана честота. Уреда има процепа, през който се виждат върховете на пластинките, а скалата за отчитане има толкова деления, колкото е броят пластинки.

Електронно-аналогови апарати [2]

При измерването на напрежения по метода на непосредствената оценка, волтметърът се включва паралелно на участъка на изследваната верига. За намаляване на методичната грешка от измерванията, собствената консумация на волтметъра трябва да бъде малка, а неговото входно съпротивление-голямо. Ето защо в последните години най-често се използват електронни волтметри.

Електронните волтметри представляват съчетание от електронен преобразувател и измервателна апаратура. За разлика от волтметрите от електромеханичната група, електронните волтметри за постоянно и променливо напрежение имат високо входно съпротивление и чувствителност, широк честотен диапазон (от 20 Hz до 1000 MHz), малка консумирана мощност.

Електронните волтметри могат да се класифицират по редица признаци:

- *По предназначение* - волтметри за постоянно, променливо и импулсно напрежение; универсални; фазочувствителни, селективни.
- *По начина на измерване* - с непосредствена оценка и по метода на сравняването.
- *По характера на измерваното напрежение* - амплитудни (пикови), средно квадратични и със средно изправена стойност.
- *По честотен диапазон* - нискочестотни, високочестотни и свръхвисокочестотни.

Освен това всички електронни апарати могат да се разделят на две големи групи: аналогови, електронно аналогови със стрелкова скала и апарати от дискретен тип с цифрово отчитане на резултата.

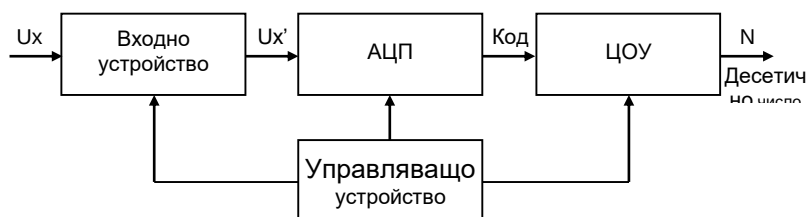
При измерване големината на тока с помощта на електронни волтметри, отначало токът се преобразува в напрежение, а след това се определя по формулата: $I_x = U_x / R_0$, където R_0 е образцово разчетно съпротивление.

Най-разпространените средства за аналогово измерване на постоянно и променливо напрежение са аналоговите мултимери, наричани още мултицети. Това са апарати, покриващи обхвата най-често от 100 mV до 700 V или 1000 V).

Този тип мултимери отчитат ефективна стойност, но само за синусоидални по форма сигнали. Измерването на сигнали с постоянна съставка или сложна форма е невалидно.

Цифрови апарати

Принципът на работа на цифровите измервателни апарати се основава на дискретното и цифрово представяне на непрекъснато измерваните физически величини. Опростената структурна схема на цифров волтметър е показана на фиг. 1.12. [2]



Фиг. 1.12. Структурна схема на волтметър [2]

Аналогово-цифровият преобразувател (АЦП) преобразува аналоговия сигнал в цифров, представляващ цифров код. Процесът на аналогово цифровото преобразуване е същността на всеки цифров апарат в това число и на волтметъра. Използването в АЦП на двоично-десетичен код облекчава обратното преобразуване на кода в десетично число, което се показва от цифровото отчитащо устройство (ЦОУ). По такъв начин ЦОУ регистрира измерваната величина, а управляващото устройство обединява всички възли на волтметъра.

В зависимост от типа на АЦП, цифровите волтметри се делят на две основни групи:

- кодоимпулсни (с поразрядно уравновесяване)
- времеимпулсни.

АЦП на волтметъра преобразува сигнала на постоянен ток в цифров код. Ето защо цифровите волтметри по същество представляват апарати за постоянен ток. За измерване на напрежения при променлив

ток на входа на волтметъра се поставя преобразувател на променливо в постоянно напрежение (най-често средно изправена стойност).

Съвременните схеми на АЦП използвани в цифровите волтметри могат да обезпечат много голямо бързодействие, но от съображения за точна регистрация на получения резултат, бързодействието е ограничено в рамките от 20-50 измервания за една секунда.

Цифрови измервателни уреди

Съвременните измервателни уреди са **цифрови**. Това означава две неща:

1. Показанията са съвкупност от цифри, които са от десетичната позиционна бройна система. Това улеснява възприемането на информацията от оператора.

2. В уредите се извършва преобразуване на непрекъснати (аналогови) физични величини в прекъснати (дискретни), които след това се представят с двоични числа.

Възприемането на информацията от оператора се извършва при нейното нагледно (визуално) представяне. Тя се изобразява на малък екран (дисплей). Най-често в него се използват течни кристали, а стойностите на величините се представят с цифри от десетичната позиционна бройна система.

Принципът на действие на ЦИУ се основава на преобразуването на аналоговите сигнали в дискретни.

Съществуват и комбинирани измервателни уреди (мулитцети, мултимери), пригодени за измерване на няколко електрически величини – най-често напрежение, големина на тока и съпротивление (фиг. 1.13).



Фиг. 1.13. Цифров комбиниран измервателен уред

На фиг. 1.13 се виждат означенията върху скалата на уреда: 1 - превключвател за режим (обхват), 2 - активна клемма за измерване на

напрежение и съпротивление, 3- обща клема, 4 - активна клема за измерване на тока, 5 - активна клема за обхват 10 А, 6 - скала за избор на режим (обхват), 7 - индикация за измерваната единица, 8 – дисплей.

Цифровите измервателни уреди (ЦИУ) показват в цифров вид големината на измерваната величина. Отчитането на измерваната величина се извършва чрез цифрово индикаторно устройство и не се допуска субективна грешка.

В съвременните ЦИУ всички етапи на измервателния процес са автоматизирани. Това води до подобряване на основните им характеристики - точност и бързодействие.

Те притежават голяма точност (постигната е 0.002), бързодействие, малка консумация, непрекъсната работа. Съществува възможност за свързването им към ЕИМ за реализиране на непрекъснат контрол, автоматизиране на измерване или на производствен процес.

1.2.4. Основни характеристики на измервателните апарати

1.2.4.1. Основни метрологични характеристики на средствата за измерване

- Измервана величина
- Измервателен обхват
- Чувствителност и праг на чувствителност
- Точност и грешка на измервателните уреди
- Повторяемост на измерванията
- Бързодействие
- Надеждност
- Работно положение на уреда при измерване
- Измервателна система на уреда

1.2.4.2. Други характеристики на средствата за измерване

- Техническа документация на измервателните уреди. Производството, ремонтът и експлоатацията на измервателната апаратура се организират на базата на вида документации: *конструктивно-технологична документация*. Съгласно тази документация се осъществява производството на изделието. В нея се включва и контролът на качеството – контролиращи параметри, методи за контрол, апаратура за осъществяване на контролните операции и начинът за тяхното провеждане; *сервизна документация*, обслужваща ремонта; *документация за потребителя*, в която са отразени основно техническите параметри на уреда и инструкцията за работа.

- Температурен работен интервал и температура на съхранение
- Захранване и консумирана мощност
- Габаритни размери и тегло

- Ограничения в параметрите на околната среда при работа и съхранение (влага, атмосферно налягане, атмосферни смущения, радиация и др.)

- Параметри свързани с техниката на безопасност (изолационно съпротивление, пробивно напрежение на изолацията* и др.)

1.3. Международна система измервателни единици – СИ (SI)

Човечеството използва от дълбока древност различни начини да измерва теглото и големината на предметите. Всяка цивилизация, всяко отделно по-голямо селище в процеса на развитието си са стигали до момента, в който им се налага да използват някакви еднакви мерни единици, за да могат да търгуват и да строят. Огромният брой макар и сходни, но различни единици спъват търговията и пречат на развитието на архитектурата. Но едва в зората на техническата революция назрява идеята да се създаде единна система, която да важи за всички страни по света [4].

С разработването ѝ се заема **Френската академия на науките**, където през втората половина на XVIII век се ражда идеята, системата да се разработи на базата на **една основна единица за дължина**, а всички останали да се извеждат като съотношение спрямо нея.

За единица за площ се приема квадратния метър, а за единица за маса – **килограмът**. По предложение на френските учени като еталон за **1 метър** (на гръцки "метро" се превежда като "мярка, измерване") е приета **една десетомилионна част от географския меридиан, на който е разположена френската столица Париж**. Изборът точно на това определение не е случаен – търсена е такава "естествена" единица за дължина, която лесно да може да бъде възпроизведена с точност и да не се влияе от субективни фактори.

На **7 април 1795 година Националният Конвент на Франция приема Закон за въвеждане на Метричната система от мерни единици**, с която се определят единни стандарти за единицата за дължина – метър, и за маса – килограм. По-късно от платина са изработени еталони на метъра и килограма. През 1799 година еталоните са утвърдени и предадени за съхранение в Националния архив на Франция.

От самото начало метричната система е замисляна като международна, затова и единиците в нея са така създадени, че да не бъдат свързвани с някакви национални особености. Друго голямо преимущество на системата е, че е десетична и всичките производни на основните единици се образуват като кратни на десет с помощта на десетични множители, съответстващи на приставките деци, санти, мили, дека, хекто и кило.

Първата страна, която изцяло преминава на Метричната система, разбира се, е Франция. През 1837 година със специален декрет тя става задължителна за употреба във всички области на живота. Постепенно метричната система започва да измества местните и национални системи, действащи в другите страни на Европа и на много места със закони е определена като “допустима за повсеместна употреба”. Но наистина международна системата става едва през 1875 година, когато 17 държави подписват Метричната конвенция, в която Метричната система от мерни единици е призната за международен стандарт и са утвърдени еталоните на метъра и килограма за всички страни.

В следващите години, заради бурното развитие на науката, техниката и международните отношения, възниква цяла система от “частни” (но производни на Метричната) системи, определящи основните единици в отделни научни области. Затова през 1960 година на база на Метричната система е създаден и приет единен стандарт от единици, който обхваща всички области на измерванията – **“Международната система от единици (СИ)”**. В момента СИ е задължителна и предпочитана за употреба в повечето страни по света (всъщност, само три държави не са я приели като официална – Либерия, Мианмар и САЩ). Метричните единици днес са предефинирани още по-точно, за да може да не се влияят дори от “непостоянството” в дължината на меридиана, на който лежи Париж.

В таблица 1.2 са представени основни и допълнителни единици от SI.

Таблица 1.2. Основни и допълнителни единици от SI [4]

ВЕЛИЧИНА		ЕДИНИЦИ	
Име	Означение	Име	Размерност
1. Дължина	L	метър	m
2. Маса	M	килограм	kg
3. Време t	T	секунда	s
4. Големина на електрически ток	I	ампер	A
5. Термодинамична температура	Q	келвин	°K
6. Количество вещество	N	мол	mol
7. Интензитет на светлината	J	кандела	cd
8. Равнинен ъгъл	[L] ⁰ σ	радиан	rad
9. Пространствен ъгъл	[L ²]σ	стерадиан	sr

Метърът, например, вече не е една десетомилионна част от дължината на този меридиан. За дефиницията му се използва нещо много по-постоянно и неизменчиво – **скоростта на светлината**. Затова, когато днес кажете, че ви трябва 1 метър от нещо, вие казвате,

че желаете такъв отрязък от него, който се равнява на пътя, изминат от светлината във вакуум за период от $1/299\,792\,458$ част от секундата.

Първата дефиниция за килограма гласи, че това е теглото на 1 литър дестилирана вода при температура от 4°C . Днес той се определя като: *единица за маса, равняваща се на масата на международния еталон на килограма*. Еталонът се пази в Международното бюро по мерки и теглилки в Севр, Франция и представлява цилиндър с височина и диаметър равни на 39,17 мм. Изработен е от сплав от 90% платина и 10% иридий. Така килограмът остава единствената мерна единица в системата СИ, която се определя с еталонен предмет, а всички останали единици са дефинирани чрез фундаментални физични закони или свойства [4].

В таблица 1.3 са представени електрически и магнитни величини, а в таблица 1.4 - кратни единици.

Таблица 1.3. Електрически и магнитни величини [4]

ВЕЛИЧИНА	ЕДИНИЦИ	
	Наименование и символ	Размерност
1. Количество електричество, Q	Кулон, C	A.s
2. Интензитет на електрическо поле, D	V/m	$\text{m.kg}^3.\text{A}^{-1}$
3. Електрически ток, i	Ампер, A	A
4. Електрически потенциал, ϕ	Волт, V	$\text{m}^2.\text{kg}^3.\text{A}^{-1}$
5. Електрическо напрежение, u (е.д.н.*) e	Волт, V	$\text{m}^2.\text{kg}^3.\text{A}^{-1}$
6. Електрическо съпротивление, R	Ом, Ω	$\text{m}^2.\text{kg.s}^{-3}.\text{A}^{-2}$
7. Електрически капацитет, C	Фарад, F	$\text{m}^{-2}.\text{kg}^{-1}.\text{s}^4.\text{A}^2$
8. Електрическа проницаемост, ϵ	F / m	$\text{m}^{-1}.\text{kg}^{-1}.\text{s}^4.\text{A}^2$
9. Магнитен поток, Φ	Вебер, Wb	$\text{m}^2.\text{kg.s}^{-2}.\text{A}^{-1}$
10. Интензитет на магнитното поле, H	A / m	A.m^{-1}
11. Плътност на магнитния поток, B	Тесла, T	$\text{Wb} / \text{m}^2.\text{kg.s}^{-2}.\text{A}^{-1}$
12. Индуктивност, L, M	Хенри	V.s.A^{-1}
13. Магнитна проницаемост, μ	H / m	$\text{V.s.A}^{-1}.\text{m}^{-1}$

*е.д.н. – електродвижещо напрежение

Таблица 1.4. Кратни единици [4]

Множител	Име	Означение	Множител	Име	Означение
10^{18}	екса	E	10^{-1}	деци	d
10^{15}	пета	P	10^{-2}	сант	c
10^{12}	тера	T	10^{-3}	мили	m
10^9	гига	G	10^{-6}	микро	μ
10^6	мега	M	10^{-9}	нано	n
10^3	кило	k	10^{-12}	пико	p
10^2	хекто	h	10^{-15}	детмо	f
10^1	дека	da	10^{-18}	ато	a

2. Измерване на електрически величини

1.1. Общи сведения

Електрическата верига представлява съвкупност от източници и консуматори на електрическа енергия, както и свързващите ги електропреносни съоръжения, посредством които електрическата енергия се пренася от източниците до консуматорите [1].

Източниците на електрическа енергия преобразуват механичната (машинни генератори), химичната (акумулатори, батерии), топлинната (термоелементи), светлинната (фотоелементи) и друг вид енергии в електрическа.

Консуматорите от своя страна преобразуват електрическата енергия в механична (електродвигатели), химична (акумулатори), топлинна (електронагреватели), светлина (осветителни тела) и т.н.

Електропреносните съоръжения включват електрическите проводници, преобразуващите устройства (трансформатори, токоизправители и др.), както и уредите, и апаратите за управление и контрол.

Верига, която съдържа един или повече източници на електроенергия се нарича **активна**.

Верига, която не съдържа източници на електроенергия се нарича **пасивна**.

За изучаване на процесите и явленията в електрическите вериги се използват техните схеми, представляващи графично изображение на елементите и начина на тяхното свързване.

Основните задачи при изследване на електрическите вериги са:

- **Анализ** – при дадена схема и стойности на елементите да се определят токовете и напреженията в отделните участъци на електрическата верига.

- **Синтез** – при дадени стойности на елементите, токовете, които протичат през тях и захранващо напрежение, да се определи начинът на свързването им.

1.2. Измерване на електрически ток и електрическо напрежение

Общо правило при измерването с уреди е да се избере подходящ измервателен обхват и да се спазва поляритета на клемите на уреда (ако уреда е за постоянен ток или напрежение). Обхвата на уреда се избира според максималната стойност на величината, която ще се измерва. Ако тя не е известна предварително, тогава се избира обхвата с най-голяма стойност. След като се уточни приблизително стойността на измерваната величина на максималния обхват, тогава може да се

превключи обхвата на уреда към по-малки стойности, за да се направи по-точно измерване.

При използване на комбинирани измервателни уреди (мултимери, мултицети) е нужно да се превключи уреда също и на правилната измервана величина (и нейния обхват), а понякога е нужно да се сменят клемите, към които са изводите на измервателните сонди. Често стрелковите мултицети имат по няколко скали за отчитане. Според вида на измерваната величина и нейния обхват трябва да се отчитат деленията от съответната скала.

При работа с цифрови уреди с дисплей, често задачата на потребителя е само да избере подходящата величина и обхват, а отчитането е в цифров вид в съответната мерна единица на обхвата.

1.2.1. Измерване на електрически ток

За измерване на електрически ток се използват амперметри. Те се свързват последователно на консуматорите или в клон на веригата, в който трябва да се измери токът.

За да не се изменя работният режим на веригата при включването им, те трябва да имат много малко съпротивление, т.е. малка собствена консумация.

Идеалният амперметър има нулево съпротивление.

Отклонението на стрелката, светлинното петно или цифровото показание се дължи на протичащият ток през системата на уреда.

При работа със стрелкови аналогови амперметри е нужно предварително да се определи константата на уреда са избрани работен обхват на измервания ток, за да може да се отчете показанието на стрелката на скалата. Константа на уреда C_A се определя по следния начин (2.1):

$$C_A = I_H / \theta_H, \quad (2.1)$$

където:

I_H – номинална стойност (обхват) на амперметъра;

θ_H – номиналният (общ) брой скални деления от скалата на уреда.

Размерност: А/дел; mA/дел; μ A/дел. и др. – стойност на тока, която предизвиква отклонение на стрелката на едно деление от скалата.

Стойността на измервания ток I_X може да се определи от (2.2), където θ_X е текущото показание на стрелката в брой скални деления:

$$I_X = C_A \theta_X \quad (2.2)$$

Когато измервателния уред е предназначен за постоянен ток, трябва да се спази поляритета на клемите, към които се подава измервания ток. Ако не е спазена полярността, тогава стрелката ще се отклони в посока извън скалата – знак, че трябва да се разменят клемите.

1.2.2. Измерване на електрическо напрежение

За измерване на електрическо напрежение се използват волтметри. Те се включват паралелно на консуматорите (генераторите) или към точките, между които се измерва напрежението.

За да не се изменя работният режим на веригата при включването им, те трябва да имат много голямо съпротивление, т.е. малка собствена консумация.

Между волтметрите и амперметрите от един и същ принцип на действие съществува разлика главно в големината на вътрешното съпротивление на уреда - реализира се конструктивно.

Единствено магнитоелектрическите милivolтметри могат да се използват и като милиамперметри с обхват няколко милиампера.

Константа на волтметъра

Отклонението на показанието (стрелката) на уреда се дължи на протичащият ток I_V през бобината му. Този номинален ток (I_{VN}) не трябва да бъде по-голям от (2.3):

$$I_{VN} = U_N / R_V, \quad (2.3)$$

където:

U_N е номинална стойност на напрежението (обхват) на волтметъра

R_V е вътрешно съпротивление на волтметъра

Константата на волтметъра за избрания обхват е (2.4):

$$C_V = U_N / \theta_N, \quad (2.4)$$

където θ_N е номиналният (общ) брой скални деления от скалата на уреда за избрания обхват.

Размерност: V/дел; mV/дел и др. – стойност на напрежението, която предизвиква отклонение на стрелката на едно деление от скалата.

Стойността на измерваното напрежение U_X може да се определи от (2.5), където θ_X е текущото показание на стрелката в брой скални деления:

$$U_X = C_V \theta_X \quad (2.5)$$

1.3. Измерване на електрическо съпротивление (при постоянен ток)

Съпротивлението е параметър, характеризиращ електрическите вериги и елементи при постоянен ток.

Съвременната електроизмервателна техника разполага с разнообразни методи и уреди за измерване на съпротивления.

Изборът на един или друг метод или уред зависи от конкретните изисквания на поставената задача: особеностите на измервателния обект, големината на съпротивлението, желаната точност, влиянието на околната среда и др.

Таблица 2.1. Подобхвати на електрическите съпротивления

Подобхват на съпротивленията	Стойност, Ω	Относителна грешка при измерването, %
Много малки	$10^{-8} - 10^{-4}$	1-5
Малки	$10^{-4} - 10$	10^{-5} -1
Средни	$10 - 10^6$	10^{-6} - 10^{-3}
Големи	$10^6 - 10^{10}$	10^{-3} -0,1
Много големи	$10^{10} - 10^{15}$	0,1-20

Измерването на съпротивление може да се извърши с уреди, наречени омметри, които могат да са аналогови (стрелкови) или цифрови.

В първия случай, когато принципът на измерване е директен, към измерваното съпротивление се подава напрежение с известна стойност, при което през съпротивлението протича малък ток. Според големината на този ток може да се определи стойността на измерваното съпротивление. В този случай се използва еталонен източник на напрежение, а се измерва токът във веригата. В уреда се използва система на амперметър, а скалата е градуирана в единици за съпротивление.

Друг вариант е в омметъра да се използва източник на еталонен ток, с който се захранва измерваното съпротивление, а при протичането на тока през него се създава определен пад на напрежение. Този пад се измерва със система на волтметър, а скалата е градуирана в единици за съпротивление.

При цифровите уреди разликата е, че извеждането на измерената стойност става в цифров вид на дисплей.

Измерването на съпротивление може да се извърши също и чрез уреди, които извършват сравняване с еталонни съпротивления. При този метод на измерване се превключват набор от еталонни съпротивления, които са свързани последователно, по такъв начин, че тяхната сумарна стойност да стане възможно най-близка до стойността на измерваното съпротивление. Отчитането може да стане с уред, който измерва разликата между стойностите на измерваното и еталонните съпротивления – когато показанието на уреда клони към нула, това означава, че стойностите на измерваното съпротивление и сумата от еталонните съпротивления са равни.

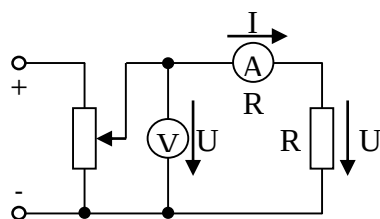
1.3.1. Измерване на електрическо съпротивление чрез амперметър и волтметър

Методът на амперметъра и волтметъра е най-простият метод за измерване на съпротивления и се основава на **закона на Ом** (2.6).

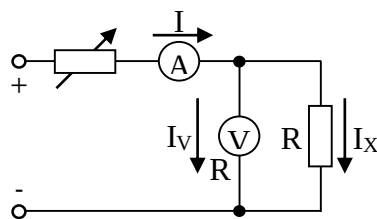
$$R_x = \frac{U}{I}, \quad (2.6)$$

където R_x е неизвестното съпротивление.

Възможни са две схеми на включване на амперметъра и волтметъра: V-A схема (фиг. 2.1) и A-V схема (фиг. 2.2).



Фиг. 2.1. V-A схема



Фиг. 2.2. A-V схема

Определянето на съпротивлението R_x и за двете схеми се съпровожда с методична грешка, дължаща се на консумацията на уредите.

Съпротивлението на волтметъра е $R_V \neq \infty \Omega$

Съпротивлението на амперметъра - $R_A \neq 0 \Omega$

1.3.2. Методични грешки при A-V и V-A схемите

V-A схема	A-V схема
Абсолютна грешка:	
$R'_x = \frac{U}{I} = \frac{U_x + IR_A}{I} = R_x + R_A$	$R''_x = \frac{U}{I} = \frac{U}{I_x + I_A} = \frac{U}{U/R_x + U/R_V} = \frac{R_x R_V}{R_x + R_V}$
Относителна грешка:	
$\delta' = \frac{R'_x - R_x}{R_x} = \frac{R_A}{R_x}$	$\delta'' = \frac{R''_x - R_x}{R_x} = \frac{R_x}{R_x + R_V}$
Подходяща за:	
$R_x \gg R_A$	$R_x \ll R_V$

Този метод има съществено предимство – позволява неизвестното съпротивление да се измерва при работни условия.

Този факт е от съществено значение при измерване на нелинейни съпротивления, стойността на които зависи от големината на протичащия през тях ток.

3. Основни величини и понятия в електротехниката, свързани с основните закони в електрическите вериги

3.1. Електрически заряд

Всяко тяло съдържа голямо количество елементарни частици вещество с електрически заряди [1]. Елементарните частици на веществото могат да бъдат електрически неутрални или да притежават елементарен електрически заряд. Електрически заредените частици се наричат още токоносители и могат да бъдат:

1. Отрицателно заредени (електрони, аниони, на които условно е приписан отрицателен знак на заряда);
2. Положително заредени (протони, катиони, на които условно е приписан положителен знак на заряда).

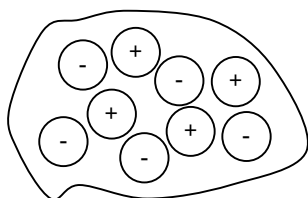
Съществува елементарен електричен заряд $e = 1.6 \cdot 10^{-19} [\text{C}]$ и зарядът на всяко тяло е кратен на елементарния.

Мерната единица за заряд е Кулон $[\text{C}]$, а големината на един елементарен заряд е: $q_0 = 1,6021 \cdot 10^{-19} [\text{C}]$.

Ако в дадено място от пространството са струпани множество елементарни заряди, какъв е общият им заряд (фиг. 3.1)?

Сумарният заряд Q се определя с (3.1):

$$Q = \sum q^+ + \sum q^- \quad (3.1)$$



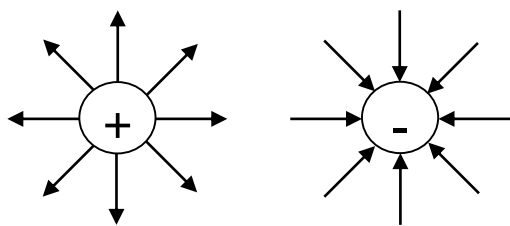
Фиг. 3.1. Множество елементарни заряди

Едно от свойствата на електричния заряд е, че създава електрично поле в заобикалящата го среда. Около електрически заредените частици съществува електрическо поле. Полето на неподвижни заряди се нарича електростатично поле. Електрично заредените тела, намиращи се на някакво разстояние едно от друго, си взаимодействат посредством създадените от тях електрични полета. Електричното поле е особено състояние на пространството и се характеризира с това, че върху внесен в него друг заряд действа електрична сила [3].

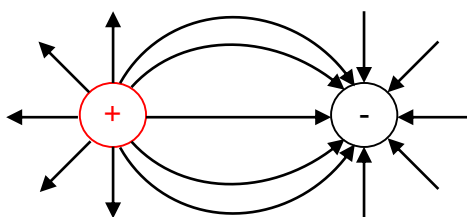
Условно е прието, че посоката на полето на положителните заряди е насочено навън от заряда, а на отрицателните – към заряда (фиг. 3.2).

Когато неподвижни заредени частици се намират в близост една до друга, между тях действат сили:

1. Между заредени частици с противоположен знак действат сили на привличане (фиг. 3.3).



Фиг. 3.2. Посока на полето на положителни и отрицателни заряди



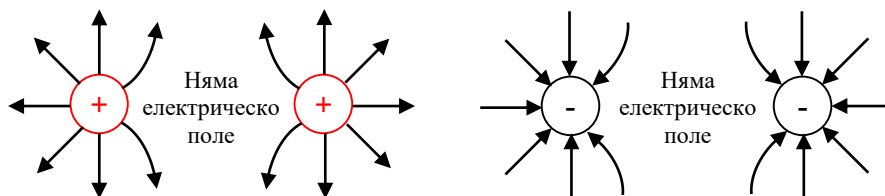
Фиг. 3.3. Сили на привличане

2. Между заредени частици с еднакъв знак действат сили на отблъскване (фиг. 3.4).

Материалите, които се използват в съвременната електроника за изготвяне на различни прибори и устройства са метали, полупроводници и диелектрици.

Например, съвременните интегрални схеми се създават на базата на полупроводникови подложки, върху които се отлагат различни диелектрични и метални слоеве; хибридни интегрални схеми се получават като върху

диелектрични подложки се разполагат полупроводникови елементи.



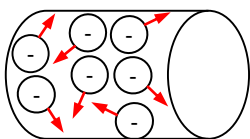
Фиг. 3.4. Сили на отблъскване

Специфичните електрофизични свойства на материалите се използват, за да се получат от тях различни дискретните елементи, като например диоди, транзистори, термоелементи, фотоелементи, светодиоди, лазери и др. Те се свързват в електронни схеми в интегрално изпълнение, наричани интегрални схеми, които се използват за изготвяне на електронни прибори и устройства с различно предназначение. Много електронни прибори се използват и като сензори (или датчици): за измерване на температурата - термистори, за регистрация на светлинни излъчвания - фоторезистори, за регистрация на радиоактивни излъчвания - дозиметри, за измерване на налягане – тензодатчици, за измерване на големината на магнитно поле – ефект на Хол и др.

В основата на работата на всеки прибор лежат определени физически процеси и явления, протичащи в материалите. Следователно физиката на полупроводниците и диелектриците е теоретичната основа на съвременната електроника.

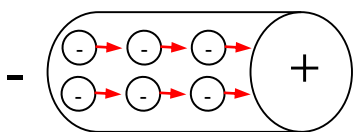
Тъй като в диелектриците няма свободни токоносители, в тях електрическото поле теоретично може да съществува безкрайно дълго време.

В проводниците съществуват свободни заряди. В случай, че отсъства електрическо поле, тези токоносители извършват хаотично топлинно движение (фиг. 3.5).



Фиг. 3.5. Отсъства

Но ако към проводник бъде приложено електрическо поле, свободните токоносители започват да се движат насочено, като отрицателните частици се насочват към плюса (+), а положителните – към минуса (-) (фиг. 3.6).



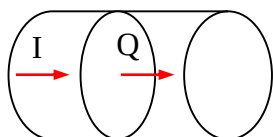
Фиг. 3.6. Наличие

След направените разглеждания може да се дефинира понятието електрически ток:

Електрически ток се нарича всяко насочено движение на електрически заряди в пространството.

1. В проводниците съществува основно ток на проводимост. В металите той се дължи на свободните електрони, в електролитите – на свободните йони, а в газовете – както на електрони, така и на йони.

2. В диелектриците също е възможно протичане на ток, наричан ток на разместване, но той няма да бъде разглеждан в рамките на тази дисциплина.



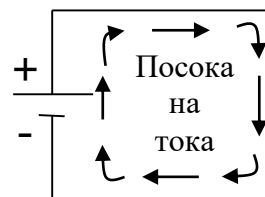
Фиг. 3.7. Големина на тока

За количествена оценка на тока най-често се използва понятието големина на тока. Големината на тока I се дефинира като количеството заряд Q , минаващ през сечението S на проводник, за единица време t (фиг. 3.7) и се представя аналитично със зависимостта (3.2).

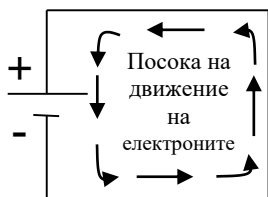
$$I = \frac{dQ}{dt} [A] \quad (3.2)$$

За посока на тока се приема посоката на движение на положително заредените електрически заряди, т.е. от плюс (+) към минус (-), независимо, че в металите електрическият ток се дължи на електроните, които са отрицателно заредени (фиг. 3.8).

Електроните се движат от минус (-) към плюс (+), т.е. обратно на приетата посока на тока. Но въпреки това ние казваме, че токът тече от плюс към минус (фиг. 3.9).



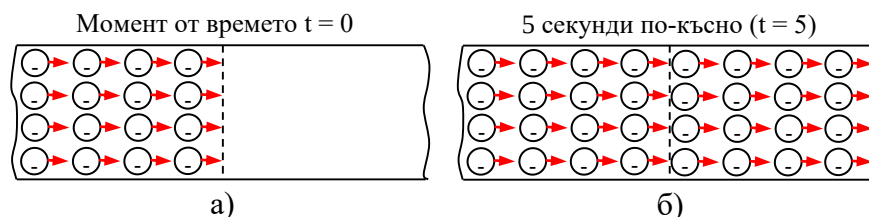
Фиг. 3.8. Посока на тока



Фиг. 3.9. Посока на движение на електроните

Освен това ако токът тече в електролит, той се дължи както на положителни, така и на отрицателни заряди (йони), т.е. при тях токоносителите се движат едновременно и в двете посоки.

Пример: Да се определи токът през проводник, ако през сечението му за 5 секунди минават 16 елементарни електрически заряда (фиг. 3.10)!



Фиг 3.10. Определяне на тока през проводник:

а) в момент от време $t = 0$; б) 5 секунди по-късно ($t = 5$)

Големината на тока е:

$$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{16 \cdot q_0}{5} = \frac{1,6021 \cdot 16 \cdot 10^{-19}}{5} = 5,13 \cdot 10^{-19} \text{ [A]} \quad (3.3)$$

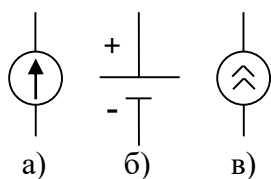
Преди да разгледам понятието електрическо напрежение, ще се спра на основните елементи на електрическите вериги.

3.2. Основни елементи на електрическите вериги

Основните елементи на електрическите вериги са активни и пасивни.

Активни елементи на електрическите вериги.

3.2.1. Източник на напрежение



Фиг. 3.11. Активни елементи

- а) източник на напрежение;
- б) реален източник на напрежение;
- в) източник на ток

Източник на напрежение е устройство с два извода, чието напрежение във всеки момент от времето е постоянно и е независимо от тока, извлечен от него. Такъв източник на напрежение се нарича *идеален източник на напрежение* и има нулево вътрешно съпротивление (фиг. 3.11а). Практически не може да се получи идеален източник на напрежение. По този начин се изобразяват реалните източници на напрежение, които имат определено вътрешно съпротивление (фиг. 3.11б).

3.2.2. Източник на ток

Източниците на ток са категоризирани като идеален и практически източник на ток.

Идеален източник на ток е устройство с два извода, чиито ток във всеки момент от времето е постоянен и е независим от съпротивлението на товара, свързан в електрическата верига и напрежението u в краищата му. Практически не може да се получи идеален източник на ток (фиг. 3.11в).

Пасивни елементи на електрическите вериги

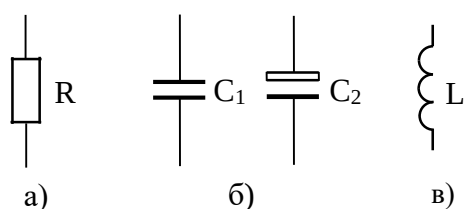
3.2.3. Резистор

Резисторът е устройство (фиг. 3.19), което се включва в електрическата верига за ограничаване или регулиране на тока. Резисторите биват регулируеми и нерегулируеми. Означава се с R и съответна цифра, ако са повече от един (R_1 , R_2 и т.н.). Условното му означение в схемите е показано на фиг. 3.12а. Резисторът се характеризира със съпротивление, чиято дименсия е ом (Ω) в системата SI.

3.2.4. Кондензатор

Кондензаторът е система от две метални пластини или два проводника с произволна форма, разделени с диелектрик. Пластините на кондензатора често се наричат електроди или плочи.

Означава се с C и съответна цифра, ако са повече от един (C_1 , C_2 и т.н.). Условното му означение в схемите е показано на фиг. 3.12б.



Фиг. 3.12. Пасивни елементи на електрически вериги

а) резистор; б) кондензатори (C_1 -неелектролитен, C_2 -електролитен полярен); в) бобина

Различават се неелектролитни кондензатори (C_1) и електролитни полярни кондензатори с условно означение в схемите C_2 .

Кондензаторът притежава свойството да натрупва и задържа на електродите (плочите) си равни по величина и различни по знак електрически заряди. Кондензаторът се характеризира с електрически капацитет, чиято дименсия е фарад (F) в системата SI.

3.2.5. Бобина

Бобината е пасивен индуктивен елемент, използван в електротехниката за съхраняване на енергия под формата на магнитно поле, създавано от протичащ през бобината електрически ток (фиг. 3.13в). Способността на бобината да съхранява енергия се измерва чрез нейната индуктивност L . Измервателната единица за индуктивност в

системата SI е хенри (символ: H). Бобините обикновено се конструират като намотки проводник, най-често медна тел, навити около сърцевина от диелектрик или от твърд феромагнитен или феримагнитен материал.

3.3. Електрическо напрежение

Нека под въздействието на електрическо поле протича електрически ток I , при което електрическият заряд Q се премества от т. а до т. b. Това означава, че електрическото поле извършва някаква работа, т.е. изразходва се някаква енергия A (фиг. 3.13), (3.4):

$$A = Q.U_{ab} \quad (3.4)$$

Величината U_{ab} се нарича електрическо напрежение (или пад на напрежение) и се измерва във Волтове [V] (фиг. 3.13).

Ако точка а има потенциал U_a , а в точка b има потенциал U_b (също измервани във Волтове), електрическото напрежение също така може да се изрази като разлика от двата потенциала (3.5):

$$U_{ab} = U_a - U_b \quad (3.5)$$

Но това означава, че напрежението между точките b и а ще бъде (3.6):

$$U_{ba} = U_b - U_a = -U_{ab} \quad (3.6)$$

Напрежението може да бъде отрицателно (3.6). Знакът на пада на напрежението зависи от посоката му и е въпрос на „гледна точка”: от точка а към точка b или от точка b към точка а.

3.4. Електрическо съпротивление

Електрическото съпротивление е следващата основна величина, която ще бъде дефинирана. Тя дава връзката между тока I и пада на напрежение U върху даден участък от веригата – закон на Ом (фиг. 3.14), (3.7).

$$U = I.R \quad (3.7)$$

Коефициентът R се нарича електрическо съпротивление и се измерва в Оме [Ω]. Използва се също така и реципрочната стойност на електрическото съпротивление, нарича се проводимост G (3.8):

$$G = \frac{1}{R} \quad (3.8)$$

Проводимостта се измерва в Сименс [S].

3.5. Електрически вериги

Електрическата верига е устройство или съвкупност от устройства за преобразуване, разпределение и пренасяне на електромагнитна енергия или информация с помощта на електрически ток.

3.5.1. Класификация на електрически вериги

Съществуват няколко класификации на електрически вериги.

Според първата класификация веригите биват:

- Вериги със съсредоточени параметри - характеристиките на веригата (съпротивление, индуктивност, капацитивност) са съсредоточени в определени участъци;
- Вериги с разпределени параметри - характеристиките на веригата са разпределени равномерно или неравномерно по цялата дължина.

Според втората класификация веригите биват:

- Постояннотокови вериги - електрическите токове и напрежения са с постоянна във времето големина;
- Променивотокови вериги - електрическите токове и напрежения се изменят във времето.

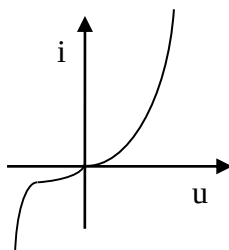
Според третата класификация веригите биват:

- Линейни вериги - волт-амперните характеристики на всички елементи във веригата са линейни (фиг. 3.15);



Фиг. 3.15. Волт-амперни характеристики

а) на резистор (идеален); б) на кондензатор (идеален); в) на бобина (идеална)



Фиг. 3.16. Волт-амперна характеристика на полупроводников диод

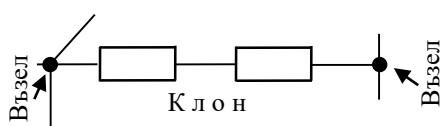
- Нелинейни вериги - поне един от елементите има нелинейна волт-амперна характеристика, например на полупроводников диод (фиг. 3.16).

Предмет на разглеждане ще бъдат линейни постояннотокови вериги със съсредоточени параметри.

3.6. Възел, клон и затворен контур

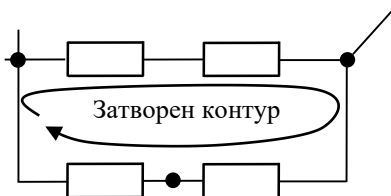
В една електрическа верига могат да се дефинират следните топологични елементи:

1. Възел – това е пресечната точка на поне 3 клона (фиг. 3.17);



Фиг. 3.17. Възел и клон

2. Клон - това е участък между два последователни възела. Клонът също така може да се дефинира като участък от веригата, в който токът има една и съща стойност (фиг. 3.17);



Фиг.3.18. Затворен контур

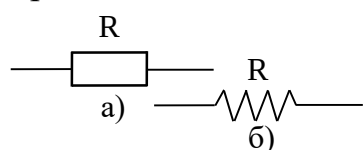
3. Затворен контур – това е затворен път в електрическата верига, който минава през един или повече неповтарящи се клона/възела (фиг. 3.18).

В една електрическа верига могат да се дефинират следните структурни елементи:

1. Консуматори (в постояннотоковите вериги това са резисторите);
2. Източници (още наричани генератори);
3. Свързващите ги проводници.

3.7. Резистори

Резисторът е пасивен двуполусен елемент, който се използва за представяне на идеален приемник на енергия.

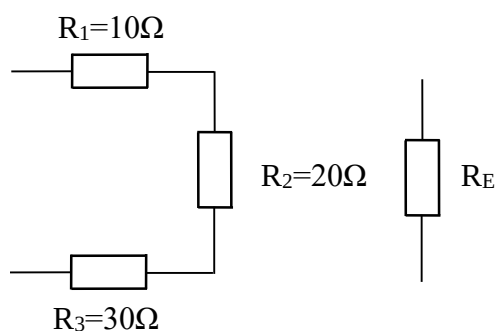


Фиг. 3.19. Резистор, условни означения

Условното означение за резистор е показано на фиг. 3.19а.

В някои държави (САЩ, Япония и др.) се използва условното означение, показано на фиг. 3.19б.

Всеки резистор се характеризира и със съпротивление R в Омове $[\Omega]$ или с проводимост G в Сименси $[S]$.



Фиг. 3.20. Определяне еквивалентното съпротивление на последователно свързани резистори

При последователно свързване на резистори, тяхното еквивалентно съпротивление може да бъде определено с (3.9):

$$R_E = \sum R_i \quad (3.9)$$

Пример: Да се определи еквивалентното съпротивление на схемата от фиг. 3.20.

Трите резистора са свързани последователно, така че еквивалентното съпротивление R_E се определя с (3.10):

$$R_E = R_1 + R_2 + R_3 = 10 + 20 + 30 = 60 [\Omega] \quad (3.10)$$

При паралелно свързани резистори могат да се събират техните проводимости (3.11):

$$G_E = \sum G_i = \sum \frac{1}{R_i} \quad (3.11)$$

От там за еквивалентното им съпротивление се получава (3.12):

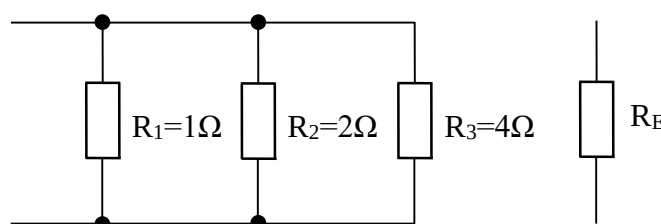
$$R_E = \frac{1}{G_E} = \frac{1}{\sum \frac{1}{R_i}} \quad (3.12)$$

Следователно, ако има два паралелни резистора и се приведе горната зависимост под общ знаменател, ще се получи (3.13):

$$R_E = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{1}{\frac{R_2 + R_1}{R_1 R_2}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad (3.13)$$

Еквивалентното съпротивление на два паралелни резистора се определя с (3.14):

$$R_E = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad (3.14)$$



Фиг. 3.21. Определяне еквивалентното съпротивление на паралелно свързани резистори

Пример: Да се определи еквивалентното съпротивление на схемата от фиг. 3.21.

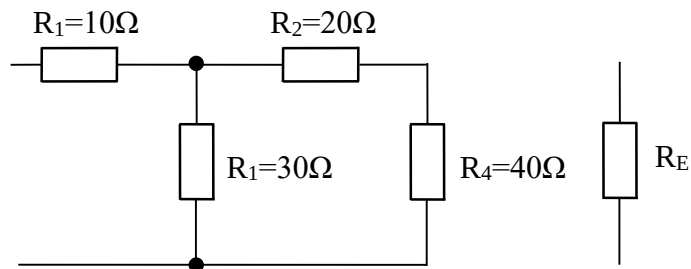
Резисторите са свързани паралелно, така че R_E е (3.15):

$$R_E = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = \frac{1}{\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}} = \frac{1}{\frac{4+2+1}{4}} = \frac{4}{7} = 0,57 [\Omega] \quad (3.15)$$

В случай на по-сложни съединения, съдържащи както последователни, така и паралелни резистори, схемата се опростява стъпка по стъпка, като първо се обединяват последователните елементи, а след това паралелните.

Пример: Да се определи еквивалентното съпротивление на схемата от фиг. 3.22.

За тази схема първо се обединяват резистори R_2 и R_4 , свързани последователно (3.16):



Фиг. 3.22. Определяне еквивалентното съпротивление на последователно и паралелно свързани резистори

$$R_{24} = R_2 + R_4 = 20 + 40 = 60 [\Omega] \quad (3.16)$$

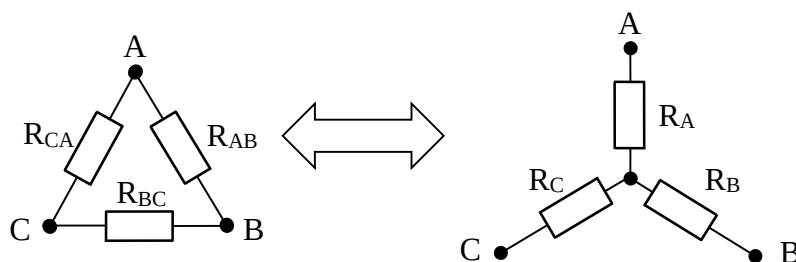
Следва обединението на резисторите R_3 и R_{24} , които са свързани паралелно (3.17):

$$R_{324} = \frac{R_3 R_{24}}{R_3 + R_{24}} = \frac{30 \cdot 60}{30 + 60} = 20 [\Omega] \quad (3.17)$$

Най-накрая R_1 и R_{324} остават последователно съединени (3.18):

$$R_E = R_1 + R_{324} = 10 + 20 = 30 [\Omega] \quad (3.18)$$

Съществуват още два типа съединения: звезда и триъгълник (фиг. 3.23).



Фиг. 3.23. Съединения тип триъгълник и звезда

При преобразуване от звезда в триъгълник могат да се използват следните зависимости (3.19):

$$\begin{aligned} R_{AB} &= R_A + R_B + \frac{R_A R_B}{R_C} \\ R_{BC} &= R_B + R_C + \frac{R_B R_C}{R_A} \\ R_{CA} &= R_C + R_A + \frac{R_C R_A}{R_B} \end{aligned} \quad (3.19)$$

Преобразуване от триъгълник в звезда се използват (3.20):

$$\begin{aligned}
 R_A &= \frac{R_{AB} \cdot R_{CA}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{CA}}; \\
 R_B &= \frac{R_{AB} \cdot R_{BC}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{CA}}; \\
 R_C &= \frac{R_{BC} \cdot R_{CA}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{CA}}.
 \end{aligned}
 \tag{3.20}$$

3.8. Източници на напрежение (ЕДН)

Източниците на напрежение преобразуват неелектрическа енергия в електрическа, като създават електродвижещо напрежение (ЕДН).

Електродвижещото напрежение е различно понятие от стандартното напрежение (U), макар и двете да се измерват във волтове (V). ЕДН е непотенциално, като възниква за сметка на преобразуването на някакъв вид (обикновено механична) енергия в електрическа и разделя положителните и отрицателните заряди между полюсите на източника, действайки от „-“ към „+“. С други думи, ЕДН е странична сила, която има неелектрически произход, докато природата на традиционното напрежение е строго електрична. По своя физически смисъл ЕДН на източника на ток е числено равно на работата на страничните сили по преместване на единичен заряд.

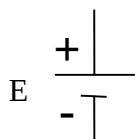
ЕДН се нарича още електродвижеща сила (ЕДС).

Могат да се разграничат два типа източници на напрежение – идеален и реален.

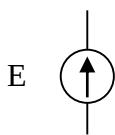
3.8.1. Идеален източник на напрежение

Идеалният източник на напрежение има нулево собствено съпротивление. Съществуват множество условни означения на идеален източник на напрежение:

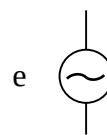
- За обозначение на батерия (постояннотоков) източник се използва (фиг. 3.24, а));



а)



б)



в)

Фиг. 3.24. Условни означения на идеален източник на напрежение: а) батерия (постояннотоков); б) по-универсално означение на идеален източник на напрежение; в) синусоиден източник на напрежение.

- По-универсално означение на идеален източник на напрежение е показано на фиг. 3.24, б);

- За обозначаване на синусоиден източник на напрежение също така се използва означението от фиг. 3.24, в).

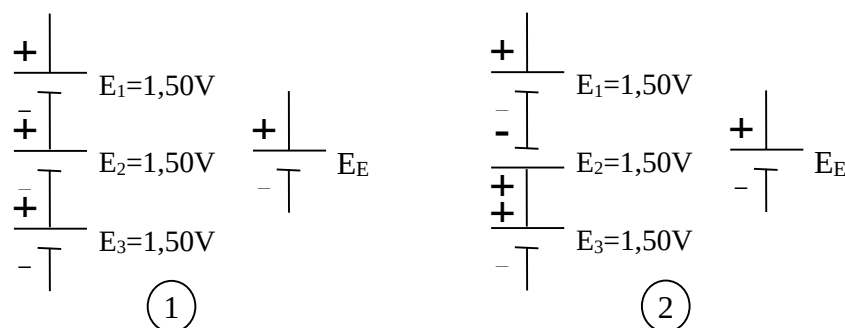
Използват се и други условни означения, които няма да бъдат разглеждани.

При последователно свързване на идеални източници на напрежение, тяхното еквивалентно напрежение се определя като алгебрична сума от техните напрежения (3.21):

$$E_E = \sum E_k \quad (3.21)$$

Идеалните източници на напрежение не могат да се свързват паралелно.

Пример: Да се определи големината на еквивалентния източник на ЕДН на схемата от фиг. 3.25.



Фиг. 3.25. Определяне големината на еквивалентен източник на ЕДН

Източниците за случаите 1 и 2 на фиг. 3.25 са свързани последователно, т.е. големината на еквивалентния източник ще бъде:

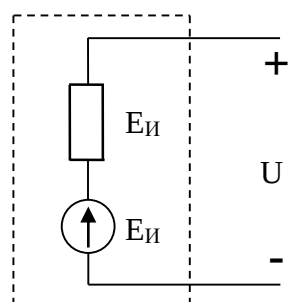
За случай 1 (3.22):

$$E_E = E_1 + E_2 + E_3 = 1,5V + 1,5V + 1,5V = 4,5 [V] \quad (3.22)$$

За случай 2 (3.23):

$$E_E = E_1 - E_2 + E_3 = 1,5V - 1,5V + 1,5V = 1,5 [V] \quad (3.23)$$

3.8.2. Реален източник на напрежение



Фиг. 3.26. Реален източник на напрежение

Реалният източник на напрежение има ненулево съпротивление. Той се представя в заместваща схема като последователно свързани идеален източник на напрежение $E_{И}$ и резистор със съпротивление $R_{И}$ (фиг. 3.26).

Реалният източник на напрежение често се нарича еквивалентен източник на Тевенен, но за това ще бъде написано към края на тази тема.

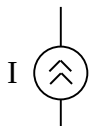
3.9. Източници на ток

Източниците на ток също преобразуват неелектрическа енергия в електрическа, но като създават ток.

Могат да се разграничат два типа източници на ток:

3.9.1. Идеален източник на ток

Идеалният източник на ток има безкрайно голямо собствено съпротивление. Това означава, че големината на тока, минаващ през идеален източник на ток не се влияе от други източници.



Фиг. 3.27.

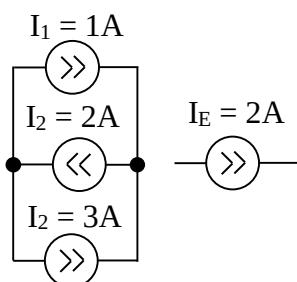
Източник на ток,
условно означение

Условното означение на източник на ток е показано на фиг. 3.27.

Известни са и други условни означения, но тях няма да ги разглеждаме.

Идеалните източници на ток могат да се свързват паралелно, като големината на еквивалентния източник се определя като алгебричната им сума (3.24):

$$I_E = \sum I_k \quad (3.24)$$



Фиг. 3.28. Определяне големината на източник на ток

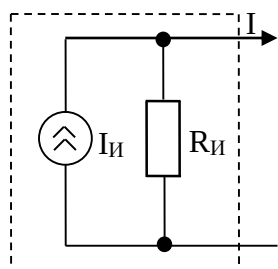
Идеалните източници на ток не могат да се свързват последователно.

Пример: Да се определи големината на еквивалентния източник на ток (фиг. 3.28).

Източниците на ток са свързани паралелно, т.е. големината на еквивалентния източник ще е (3.25):

$$I_E = I_1 - I_2 + I_3 = 1 - 2 + 3 = 2[A] \quad (3.25)$$

3.9.2. Реален източник на ток



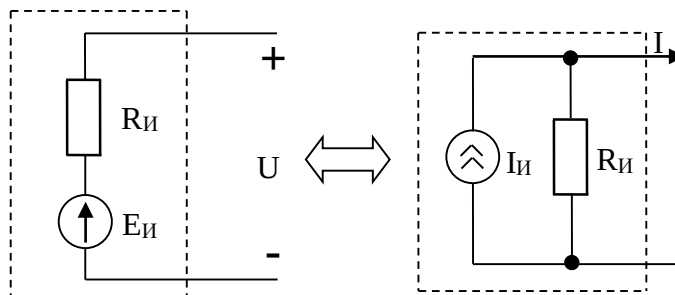
Фиг. 3.29. Реален

Реалният източник на ток има съпротивление различно от безкрайност. Той се представя в заместваща схема като паралелно свързани идеален източник на ток $I_{и}$ и резистор със съпротивление $R_{и}$ (фиг. 3.29).

Реалният източник на ток често се нарича еквивалентен източник на Нортън.

Взаимозаменяемост

Всъщност между реалните източници на ток и напрежение съществува взаимозаменяемост (фиг. 3.30):



Фиг. 3.30. Взаимозаменяемост между реален източник на ток и реален източник на напрежение

1. Всеки реален източник на ток може да се замени с еквивалентен реален източник на напрежение (фиг. 3.30), като съпротивленията им са едни и същи, а големината на идеалния източник на ЕДН се определя с (3.26):

$$E_{\text{И}} = I_{\text{И}} \cdot R_{\text{И}} \quad (3.26)$$

2. Аналогично всеки реален източник на напрежение може да се замени с еквивалентен реален източник на ток, където големината на идеалния източник на ток се определя с (3.27):

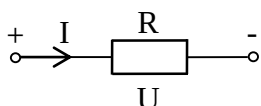
$$I_{\text{И}} = \frac{E_{\text{И}}}{R_{\text{И}}} \quad (3.27)$$

Реалните източници имат собствено съпротивление, поради което големината на създадените от тях ток и напрежение зависят от веригата, към която са свързани. На практика всеки реален източник, захранващ някаква верига, създава едновременно както ток, така и напрежение. Нека да си припомним, че токът и напрежението са правопрпорционални (3.28):

$$U = I \cdot R \quad (3.28)$$

3.10. Основни закони в електрическите вериги

Законът на Ом е вече използван малко по-горе (3.7). Сега законът на Ом ще бъде дефиниран за два случая:

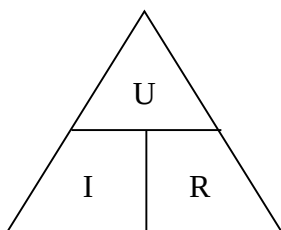


Фиг. 3.31.
Пасивен

участък от верига

3.10.1. Закон на Ом за пасивен участък

Един участък от верига е пасивен, ако не съдържа източници на напрежение или ток (фиг. 3.31).



Фиг. 3.32. Закон на Ом, представен като триъгълник

В този случай законът на Ом гласи, че ако върху участък от верига със съпротивление R се приложи напрежение U , през нея ще протече ток с големина I (3.29):

$$I = \frac{U}{R} \quad (3.29)$$

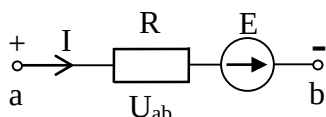
За удобство, тази зависимост (3.29) може да се представи като триъгълник (фиг. 3.32).

3.10.2. Закон на Ом за активен участък

Един участък от верига се нарича активен, ако съдържа източник (фиг. 3.33).

В случай, че в клон се съдържа източник на напрежение с големина E , чиято посока съвпада с посоката на тока, големината на тока I във веригата се определя с (3.30):

$$I = \frac{U_a - U_b + E}{R} = \frac{U_{ab} + E}{R} \quad (3.30)$$



Фиг. 3.33. Активен участък от верига

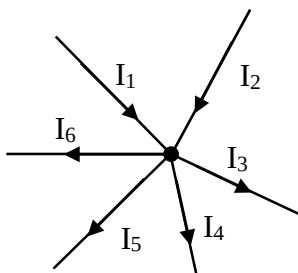
В случая, U_a и U_b са потенциалите на точките а и б. Ако посоката на източника е противоположна, тогава знакът пред E ще бъде минус ($-E$).

3.11. Закони на Кирхоф

3.11.1. Първи закон на Кирхоф

Първият закон на Кирхоф (ПЗК) се отнася за възел от електрическата верига. Законът гласи, че сумата от влизащите в един възел токове $I_{вл}$ е равен на сумата на излизащите $I_{изл}$ (3.31):

$$\sum I_{вл} = \sum I_{изл} \quad (3.31)$$



Фиг. 3.34. Влизащи и излизащи токове във възел от електрическа

Един ток се смята за влизащ, ако посоката му сочи към възела. За излизащи се смятат тези токове, чиято посока е (навън) от възела. Ето защо този закон се нарича също, закон на Кирхоф за токовете.

Пример: Да се запише уравнение по ПЗК за дадения на фиг. 3.34 възел.

За дадения възел може да се запише следното уравнение по ПЗК (3.32):

$$I_1 + I_2 = I_3 + I_4 + I_5 + I_6 \quad (3.32)$$

3.11.2. Втори закон на Кирхоф

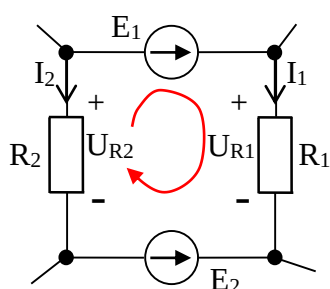
Вторият закон на Кирхов (ВЗК) се отнася за затворен контур в електрическа верига. Законът гласи: *Алгебричната сума от падовете на напреженията в един затворен контур е нула* (3.33).

$$\sum U_k = 0 \quad (3.33)$$

Но за нас е по-удобно да използваме друг запис, гласящ: В един затворен контур алгебричната сума от големините на източниците на напрежение E_k е равна на алгебричната сума от падовете на напрежения U_k (3.34):

$$\sum E_k = \sum U_k \quad (3.34)$$

Трябва да се отбележи, че посоката на контура се избира произволно, а посоката на падовете върху консуматорите се избират така, че да съвпадат с посоката на токовете през тях.



Фиг. 3.35. Затворен контур от верига

Пример: За представената на фиг. 3.35 верига да се запише уравнение по ВЗК:

$$E_1 - E_2 = U_{R1} - U_{R2} \quad (3.35)$$

Ако за уравнение (3.35) се приложи законът на Ом, то става (3.36):

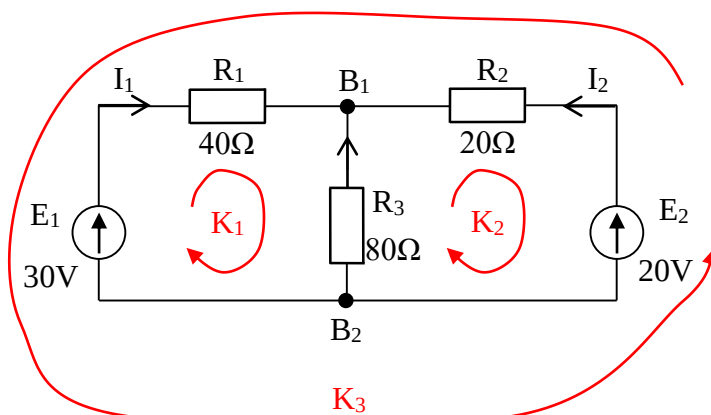
$$E_1 - E_2 = I_1 R_1 - I_2 R_2 \quad (3.36)$$

Пример: За дадената на фиг. 3.36 схема да се запишат всички възможни уравнения по ПЗК и ВЗК.

Дадената на фиг. 3.36 схема съдържа два възела (B1 и B2), т.е. за тях може да се запишат следните уравнения по ПЗК (3.37) и (3.38):

$$B_1: I_1 + I_2 + I_3 = 0 \quad (3.37)$$

$$B_2: 0 = I_1 + I_2 + I_3 \quad (3.38)$$



Фиг. 3.36. Схема с два възела B1 и B2 и три контура K1, K2 и K3

В схемата съществуват три възможни затворени контура (K_1 , K_2 и K_3), чиито посоки са избрани случайно. За тях могат да се запишат уравнения по ВЗК (3.39), (3.40) и (3.41):

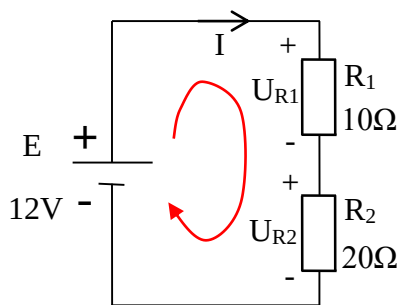
$$K_1 : E_1 = U_{R1} - U_{R3} = R_1 I_1 - R_3 I_3 = 40 I_1 - 80 I_3 \quad (3.39)$$

$$K_2 : -E_2 = U_{R3} - U_{R2} = R_3 I_3 - R_2 I_2 = 80 I_3 - 20 I_2 \quad (3.40)$$

$$K_3 : E_2 - E_1 = U_{R2} - U_{R1} = R_2 I_2 - R_1 I_1 = 20 I_2 - 40 I_1 \quad (3.41)$$

За възел V_1 се вижда, че всички токове влизат и нито един не излиза. Няма грешка. Посоките на токовете се избират напълно случайно. Тъй като падът на напрежението може да бъде положителен или отрицателен, в зависимост от посоката. Същото важи и за токовете. В уравненията по ПЗК със сигурност поне един от токовете има отрицателен знак, т.е. посоката му е противоположна на случайно избраната.

Пример – Делител на напрежение (фиг. 3.37)



Фиг. 3.37. Делител на напрежение

За показаната на фиг. 3.37 схема напреженията върху резисторите са (3.42) и (3.43):

$$U_{R1} = I R_1 \quad (3.42)$$

$$U_{R2} = I R_2 \quad (3.43)$$

По ВЗК може да се запише уравнението (3.44):

$$E = U_{R1} + U_{R2} \quad (3.44)$$

От уравнение (3.44) се вижда, че входното напрежение 12 V се разделя между двата резистора. За да се определи по какъв начин се разделя, ще се определи следното отношение (3.45):

$$U_{R1} / E = U_{R1} / U_{R1} + U_{R2} = I R_1 / I R_1 + I R_2 = R_1 / R_1 + R_2 \quad (3.45)$$

Като се прехвърли E от другата страна на уравнението, за пада на напрежението върху резистора R_1 се получава (3.46):

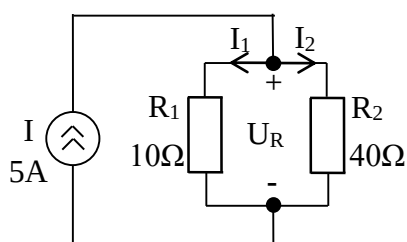
$$U_{R1} = E (R_1 / R_1 + R_2) = 12 (10 / 10 + 20) = 4 [V] \quad (3.46)$$

Аналогично може да се получи, че падът на напрежението върху R_2 е (3.47):

$$U_{R2} = E (R_2 / R_1 + R_2) = 12 (20 / 10 + 20) = 8 [V] \quad (3.47)$$

Вижда се, че захранващото напрежение се разделя между двата резистора в същото съотношение като съотношението на техните съпротивления (3.48):

$$U_{R1}[V] / U_{R2}[V] = R_1[\Omega] / R_2[\Omega] \rightarrow 4[V] / 8[V] = 10[\Omega] / 20[\Omega] \quad (3.48)$$



Фиг. 3.38. Делител на ток

Делителите на напрежение намират голямо приложение, когато е нужно дадено високо напрежение да бъде понижено до пониско.

Пример – Делител на ток (фиг. 3.38)

За дадената на фиг. 3.38 схема двата резистора са свързани паралелно, т.е. падът на напрежението U_R върху тях е един и същ. От там може да се изразят токовете през резисторите (3.49) и (3.50):

$$I_1 = \frac{U_R}{R_1} \quad (3.49)$$

и

$$I_2 = \frac{U_R}{R_2} \quad (3.50)$$

Може да се запише и уравнение по ПЗК (3.51):

$$I = I_1 + I_2 \quad (3.51)$$

Вижда се, че входният ток се разделя между двата клона. За да определим в какво съотношение, ще запишем отношението на токовете (3.52):

$$\frac{I_1}{I} = \frac{\frac{U_R}{R_1}}{\frac{U_R}{R_1} + \frac{U_R}{R_2}} = \frac{\frac{1}{R_1}}{\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad (3.52)$$

Като се прехвърли токът I от другата страна на равенството се получава (3.53):

$$I_1 = I \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 5 \frac{40}{10 + 40} = 4[A] \quad (3.53)$$

Аналогично за тока I_2 може да се получи (3.54):

$$I_2 = I \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 5 \frac{10}{10 + 40} = 1[A] \quad (3.54)$$

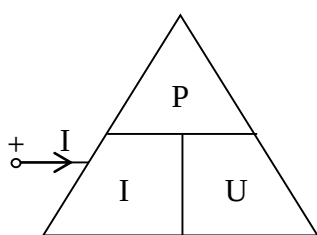
Вижда се, че входният ток се разделя между двата резистора в съотношение обратнопропорционално на техните съпротивления (3.55):

$$\frac{I_1[A]}{I_2[A]} = \frac{R_2[\Omega]}{R_1[\Omega]} \rightarrow \frac{4[A]}{1[A]} = \frac{40[\Omega]}{10[\Omega]} \quad (3.55)$$

3.12. Енергия и мощност

Когато върху свободен токоносител (заряд) действа електрическо поле, това води до неговото изместване, т.е. полето изразходва някаква енергия за преместване на заряда. Енергията се измерва в Джаули [J], но тази величина не винаги е удобна за работа, тъй като не е ясно за какъв период от време се изразходва енергията.

Понякога е по-удобно да знаем използваната енергия за единица време. Ето защо е въведена единицата Ват [W], показваща каква енергия се изразходва за единица време (1 секунда) (3.56):



Фиг. 3.39. Закон на Джаул-Ленц, представен

$$1[W] = \frac{1[J]}{1[s]} \quad (3.56)$$

Съгласно закона на Джаул-Ленц, ако върху даден участък от верига (фиг. 3.39) има пад на напрежение U , в резултат на което тече ток I , разсейваната във веригата мощност е (3.57):

$$P = U \cdot I \quad (3.57)$$

Законът на Джаул-Ленц може да бъде представен и като триъгълник (фиг. 3.39).

Ако в зависимост (3.57) заместим $U = I \cdot R$ или $I = U/R$ се получават още два начина, по които може да се изрази разсейваната мощност в даден участък от веригата (3.58) и (3.59):

$$P = U \cdot I = I \cdot R \cdot I = I^2 R \quad (3.58)$$

$$P = U \cdot I = U \cdot U / R = U^2 / R \quad (3.59)$$

Пример: Да се определи каква енергия ще консумира крушка с мощност 100 [W], ако работи в продължение на 1 час.

Знае се, че $1[W] = 1[J] / 1[s]$. Също така се знае, че в един час има 3600 секунди. Следователно консумираната енергия A е (3.60):

$$A = P \cdot 3600 = 100 \cdot 3600 = 360000 [J] \quad (3.60)$$

От получената зависимост (3.60) се вижда, че за една единствена крушка, работеща в продължение на един час, се изразходват цели 360000 [J] енергия, т.е. единицата Джаул не е особено удобна за отчитане на консумирана електрическа енергия. Ето защо се използва единицата Киловатчас [kWh], като 1 [kWh] се равнява на (3.61):

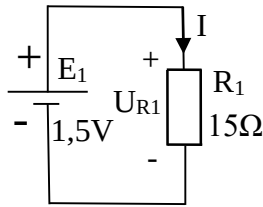
$$1 [kWh] = 1000 [W] \cdot 3600 [s] = 3,6 \cdot 10^6 [J] \quad (3.61)$$

Следователно, ако в последния пример изразим консумираната електрическа енергия в киловатчаса, ще се получи (3.62):

$$A = 360000[J] = 0,1 [kWh] \quad (3.62)$$

Много по-удобно е да се работи с малки числа от практическа гледна точка.

Пример: Да се определят токът и разсейваната мощност във веригата, показана на фиг. 3.40.



Фиг. 3.40.
Затворен контур

Съгласно закона на Ом (или ВЗК), токът във веригата е (3.63):

$$I = E_1 / R_1 = 1,5 / 15 = 0,1 \text{ [A]} \quad (3.63)$$

От ВЗК се вижда, че падът на напрежението върху резистора е равен на напрежението на източника ($U_{R1} = E_1$), т.е. разсейваната мощност в товара е (3.64):

$$P_1 = U_{R1} \cdot I = 1,5 \cdot 0,1 = 0,15 \text{ [W]} = 150 \text{ [mW]} \quad (3.64)$$

Но същата мощност може да се определи и без да се определя предварително тока (3.65):

$$P_1 = U_{R1}^2 / R_1 = 1,5^2 / 15 = 0,15 \text{ [W]} \quad (3.65)$$

Пример: Да се определи съпротивлението и токът на LED лампа, ако при напрежение 12 [V] разсейва мощност 1 [W], фиг. 3.41.

Съпротивлението на LED – а може да се определи чрез мощността и приложеното напрежение (3.66):

$$P_1 = U_{R1}^2 / R_1 \rightarrow R_1 = U_{R1}^2 / P_1 = 12^2 / 1 = 144 [\Omega] \quad (3.66)$$

Токът във веригата може да се определи или от мощността или от закона на Ом (3.67) и (3.68):

$$I = P_1 / U_{R1} = 1/12 = 0,083 \text{ [A]} = 83 \text{ [mA]} \quad (3.67)$$

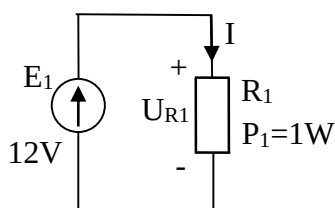
$$I = U_{R1} / R_1 = 12/144 = 83 \text{ [mA]} \quad (3.68)$$

Природният закон за запазване на енергията е в сила и за електрическите вериги, като в случая той се нарича баланс на мощностите. Балансът на мощностите гласи, че сумата от консумираните мощности в една електрическа верига е равна на сумата от отделните мощности от източниците (3.69):

$$\sum P_{\text{конс}} = \sum P_{\text{изт}} \quad (3.69)$$

Консумираната мощност $P_{\text{конс}}$ се определя с (3.70):

$$P_{\text{конс}} = I^2 R, \quad (3.70)$$



Фиг. 3.41.
Затворен контур

а отделяната от източниците мощност $P_{\text{изт}}$ е (3.71):

$$P_{\text{изт}} = E \cdot I, \quad (3.71)$$

където E и I са съответно напрежението и тока на източника.

3.13. Основни понятия, относящи се за променлив ток

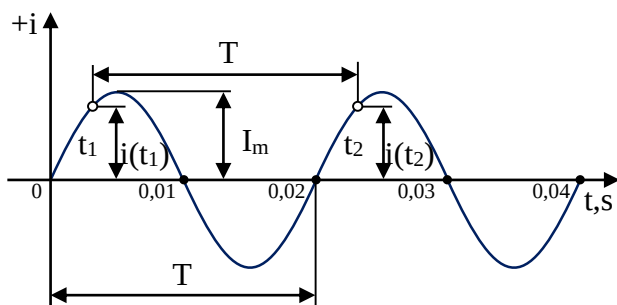
Основна роля в приложната електротехника принадлежи на променливия ток. Сега почти всяка електрическа енергия се изработва (получава) във вид на енергия на променливия ток. Постоянният ток, необходим в някои области на промишлеността (електрохимия), транспорта, връзките и т.н. се получава чрез изправяне на променливия ток.

Основното преимущество на променливия ток се заключава във възможността просто и с малки загуби на енергия да се трансформира (преобразува) напрежение, получавайки високо напрежение за предаване на електрическа енергия на големи разстояния и ниско напрежение за предаване на електроенергия на близки разстояния и за хранене на приемниците на енергия. Освен това еднофазните и трифазните генератори и двигатели имат по-просто устройство, надеждни при работа и по-проста експлоатация в сравнение с машините за постоянен ток.

Променлив ток обикновено наричат ток, изменението на който по големина и направление се повтаря в една и съща последователност през равни интервали от време, наричани период T (фиг. 3.42). Следователно ако в произволен момент от време t , силата на тока е равна на $i(t)$, то след изминаване на един или всяко цяло число периоди, силата на тока ще има същата стойност, така че условието за периодичност може да се запише по следният начин (3.72):

$$i(t) = i(t+T) = i(t+2T) = \dots = i(t+kT), \quad (3.72)$$

където k е цяло число.



Фиг. 3.42. Променлив (синусоиден) ток

На фиг. 3.42 е показана графика на тока, периодично изменящ се по синусов закон. На фигурата по абсцисната ос е нанесено времето t , а по ординатната – силата на тока i , период на тока $T = 0,02$ s.

Стойността на променливия ток, а така също и на напрежението, е.д.с.

(електродвижеща сила) и др. във всеки момент от времето t , се наричат моментна стойност. Моментните стойности се означават с малки букви: сила на тока $i = i(t)$; напрежение $u = u(t)$ и е.д.с. $e = e(t)$.

Електродвижещата сила или ЕДС се отнася до разликата в потенциалите на ненатоварен контур (тоест когато съпротивлението на веригата е високо). В практиката обикновено е достатъчно да си

представяме електродвижещата сила като напрежение, тъй като се измерват с една и съща мерна единица, волт.

Най-големите моментни стойности на периодично изменящите се величини се наричат максимални или амплитудни стойности, които се обозначават с главни букви и индекс (долен) “m”, например: сила на тока I_m , напрежение U_m , е.д.с. E_m .

Броят на периодите в секунда, т.е. величината обратна на периода, се нарича честота на променливата величина (3.73):

$$f = 1 / T. \quad (3.73)$$

Единица за честота е 1/s и се нарича Херц (Hz). Кратни единици са $1\text{kHz} = 10^3 \text{ Hz}$; $1\text{MHz} = 10^6 \text{ Hz}$.

Стандартната честота за промишлените установки и за бита се явява честотата 50 Hz. За електронагриване обикновено се използват честоти от 50 Hz до 50 MHz, в радиотехниката – честоти от $(10^5 \div 10^{10})\text{Hz}$.

Ъглова честота ω на синусоидално изменящите се величини характеризира скоростта на изменение по време на електрическия ъгъл, пропорционално на синуса, по който се изменя (променя) моментната стойност на тока, напрежението, е.д.с. и която е свързана с периода, чрез съотношението (3.74):

$$\omega = 2\pi f = 2\pi / T \quad (3.74)$$

и се измерва в rad / s .

Под променлив ток в бъдеще ще се разбира синусоидален ток. Синусоидалният ток, изменяйки се с ъглова честота ω и е изобразен на фиг. 3.35, може да се представи във вида (3.75):

$$i = I_m \sin(\omega t), \quad (3.75)$$

тъй като в момента от време, който е избран за начало на отброяване на времето ($t = 0$) силата на тока $i = 0$, както и следва от (3.75).

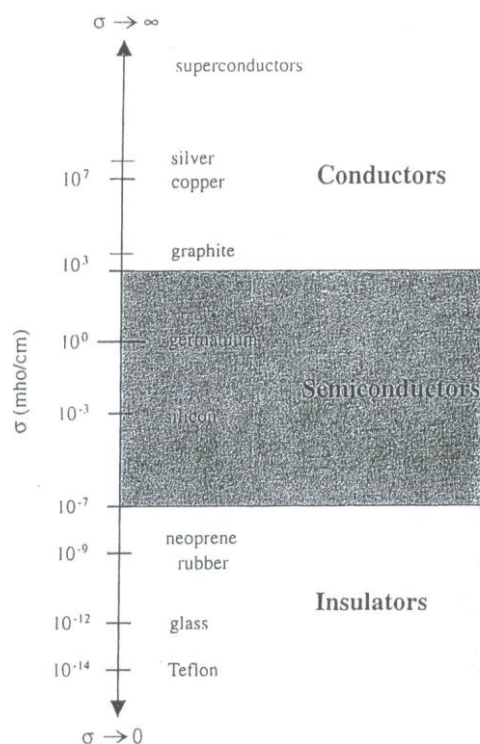
4. Проводникови материали – основни свойства

4.1. Проводникови материали

4.1.1. Основни свойства на проводниковите материали

Общи сведения

Основно свойство на проводниковите материали е тяхната висока електрична проводимост. Те се използват при производството, пренасянето, разпределението, трансформирането и употребата на електричната енергия.



Фиг. 4.1. Проводимост на някои материали, използвани в електротехниката и електрониката

Проводници на електричен ток са твърди тела, течности, а при подходящи условия и газове.

Твърди проводникови материали са металите, техни сплави и някои модификации на въглерода (електротехнически въглен).

Към течните проводникови материали се отнасят разтопените и течни метали и електролитите.

Металите в твърдо и течно агрегатно състояние притежават електронна проводимост и се наричат проводници от първи род. Към тази група спада и въгленът.

Електролитите, или както още се наричат проводници от втори род, са разтвори (обикновено във вода) и стопилки на йонни диелектрици (соли, основи, киселини). Пренасянето на заряди при протичане на електричен ток през тях се осъществява от йони,

отлагащи се на електродите, при което върху тях се отделят вещества – извършва се явлението електролиза.

При нормални условия и малки интензитети на електричното поле всички газове и пари, включително и тези на металите, са диелектрици. Когато интензитетът на полето превиши определена критична стойност, започва ударна йонизация – газовете (парите) стават проводници с йонна и електронна проводимост. Силно йонизиран газ при равенство между количеството на положителните и отрицателните свободни заряди представлява проводяща среда, наречена плазма.

В електротехниката и електрониката като проводници се използват почти изключително метали и техните сплави (фиг. 4.1).

4.1.2 Материали с голяма електропроводимост

Мед (Cu) – метал с характерен червеникав цвят, с плътност $8,9.103 \text{ kg/m}^3$ и температура на топене 1083°C .

Съществено значение за промишлеността имат и някои сплави на медта.

Месинг – сплав на мед и цинк. Характеризира се с повишена механична якост, сравнително голямо относително удължение и намалена електрична проводимост (25% от тази на медта). Месингът се произвежда в две модификации: нормален и с пружиниращи свойства (федермесинг). Употребява се за направа на тоководещи детайли за електрическите съоръжения и апарати.

Бронз – сплав на мед с калай, фосфор, силиций, берилий, кадмий, хром, манган и др. В зависимост от процентното съдържание на примесите се получават сплави с различна якост на опън. Специфичното съпротивление на бронза е по-високо от това на медта. Бронзът се характеризира и със значително повишена твърдост. *Кадмият* намалява най-малко електричната проводимост спрямо медта (13%), но значително повишава твърдостта и якостта на опън. Бронзът се употребява за направа на тоководещи пружини, за контакти и контактни проводници, колекторни пластини с особено отговорно предназначение и др.

Алуминий (Al) – един от най-разпространените в земните недра метал. Има сребристобял цвят, плътност $2,6-2,7.103 \text{ kg/m}^3$ (представител е на леките метали) и температура на топене 657°C . Положителните му свойства са: по-лек е от медта около 3,5 пъти, лесно се обработва механично (изтегляне, валцуване до съвсем тънки листа – фолио, коване). Отрицателните му свойства са: сравнително малка механична якост, голямо специфично съпротивление – около 1,65 пъти по-голямо от това на медта, необходимост от голямо количество електрична енергия за получаване на 1 тон електролитен алуминий. Трудно се заварява поради образуването на оксиден слой по повърхността му. При допиране до мед корозира галванически. Подобно на медта от електролитния алуминий се получават различни изделия – валцдрат, пресдрат, профили и листа.

Използваният в електропромишлеността електролитен алуминий не трябва да съдържа повече от 0,5% примеси, специфичното му съпротивление не бива да бъде по-голямо от $0,0285.10^{-6} \Omega.m$. Алуминият се употребява за тоководещи жила при силовите и контролни кабели и проводници, при производството на електролитни кондензатори, за защитна обвивка на кабелите вместо оловната, шини и др. При употребата му като тоководещ елемент трябва да се знае, че за да има същото съпротивление като медния проводник, който ще замества, сечението му трябва да бъде $0,0285/0,0175 = 1,68$ пъти по-

голямо. Масата на алуминиевото жило спрямо медно с еднакво съпротивление и дължина е $8,9/(2,7 \cdot 1,68) = 1,96$ пъти по-малка.

Тъй като чистият алуминий има сравнително ниска механична якост, не се използва за тоководещ проводник при въздушните електропроводи.

Алуминият е компонент на стоманено-алуминиевия проводник. Представлява стоманено въже, обвито с алуминиеви жици. Механичната якост се определя от стоманата, а електропроводността от алуминия.

Биметални проводници. В практиката обикновено се използва помеден стоманен проводник. Помедяването става чрез леене или чрез галванично покриване. Основното изискване за биметалните проводници е съдържанието на мед да бъде не по-малко от 50% от масата на проводника. Употребяват се като тоководещ проводник в съобщителните линии, като шини при разпределителните уредби и за тоководещи части на електрични апарати и съоръжения.

4.1.3 Проводникови материали с голямо съпротивление

В електрическата промишленост при производството на електрични уреди, еталонни резистори, реостати, електронагревателни елементи и уреди се налага употреба на материали с голямо специфично съпротивление.

Най-подходящи са се оказали два вида сплави – на основата на мед и на основата на хром-никел (Cr-Ni), желязо-хром (Fe-Cr).

Манганин – сплав на мед и манган.

Манганинът е основна сплав, употребявана за електроизмервателни уреди и еталонни резистори.

Константан – сплав на мед с никел.

Употребява се главно при производството на реостати, електронагревателни уреди за работна температура до 450°C и за термодвойки за измерване на температури до неколкостотин градуса.

Нихром – сплав на никел и хром. Характеризира се с висока работна температура.

Употребява се при производството на нагревателни елементи за електрически пещи и домакин.

Хром-алуминиеви сплави – те са относително най-евтините, но са твърде крехки и с голяма твърдост. В нашата страна се употребяват обикновено сплав под наименованието хромал и сплави с търговското име кантал. ски нагревателни уреди.

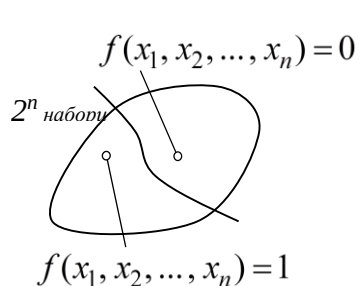
В настоящото издание на учебника няма да бъдат включени темите за полупроводници и диелектрици, поради ограничения обем.

5. Логически функции. Задаване на логически функции. Елементарни логически функции. Логически елементи за реализация на логически функции

5.1. Логически функции

Логическа функция, която е определена за всеки свой набор се нарича пълно определена.

Геометрична интерпретация на пълно определена булева функция е показана на фиг. 5.1. Всяка пълно определена булева функция



Фиг. 5.1. Подмножества от единични и нулеви набори на пълно определена булева функция

$f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ разделя множеството от 2^n на брой набори на своите променливи на две непресичащи се подмножества (фиг. 5.1):

- Подмножество от набори, за които функцията има стойност 0 (нулеви набори);
- Подмножество от набори, за които функцията има стойност 1 (единични набори).

За да се познава една логическа функция е необходимо да са известни стойностите ѝ за всеки набор на променливите. Тъй като двете подмножества от фиг. 5.1 са непресичащи се и се допълват до цялото множество от 2^n набора, за да се познава една пълно определена логическа функция, достатъчно е да са зададени или само единичните, или само нулевите ѝ набори.

Булева функция, която не е определена за всички набори, т. е. за някои набори може да приема произволни значения (нула или единица), се нарича непълно (частично) определена (табл. 5.1) или недоопределена. Наборите, за които една функция е неопределена се наричат забранени, фиктивни, несъществени, условни или неработни и не се явяват на входа на схемата, чието действие функцията описва. Останалите набори се наричат задължителни, разрешени, работни или съществени.

В таблица 5.1 е представена непълно определената функция $f(x_1, x_2, x_3)$. За втори, пети и седми набор тя може да приема произволни значения (отбелязани със звездичка). Тази таблично зададена функция се реализира от логическа схема с три входа и един изход (фиг. 5.2). За схемата са разрешени тези комбинации на входните сигнали x_1, x_2, x_3 , които се определят от нулевия, първия, третия, четвъртия и шестия набори. Това означава, че при работа на схемата само такива комбинации на входните сигнали могат да възникнат.

Таблица 5.1. Таблица на истинност на непълно определена функция $f(x_1, x_2, x_3)$

Набор №	Н а б о р и			Функция $f(x_1, x_2, x_3)$
	x_1	x_2	x_3	
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	*
3	0	1	1	1
4	1	0	0	1
5	1	0	1	*
6	1	1	0	1
7	1	1	1	*

достатъчно да са зададени само единичните или само нулевите й набори.

Произволна логическа функция може да бъде зададена по един от следните начини:

Словесно (описателно). Например Булевата функция на три променливи f има стойност „1“ за нулевия набор и за онези набори, в които нечетен брой променливи имат стойност „1“, а стойност „0“ – за всички останали набори;

Таблично. Булевата функция $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ се задава с таблица на истинност, в лявата част на която са представени всички възможни двоични набори с дължина n в определен стандартен ред, а в дясната се указват значенията на функцията за тези набори. В таблица 5.2 е представена словесно зададената функция f на три променливи x_1, x_2 и x_3 . Таблицата на истинност може да съдържа само единичните или само нулевите набори на функцията.

Графично (геометрично). За да бъде зададена графично една логическа функция се въвежда взаимно еднозначно съответствие между набори и графични обекти. Множеството възможни набори на Булева функция на n променливи $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ е 2^n . За всеки набор се съпоставя един n - мерен вектор, който определя точка от n - мерното логическо пространство. Съвкупността от всички вектори ще определи n - мерен куб или множеството 2^n набори определя множество върхове в n - мерния единичен куб (n - куб). Изхожда се от това, че множеството от набори, на които е определена функцията на n променливи, се представя с върховете на n - мерен куб. Отбелязвайки с точки върховете на куба, в които функцията приема единично (или нулево) значение, се получава графичното (геометричното) определяне или задаване на функцията. Например логическата функция, зададена

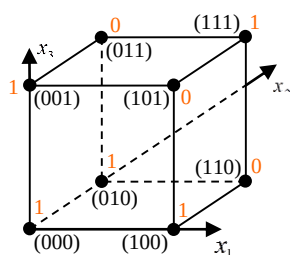
Комбинациите на входните сигнали, определяни от втория, петия и седмия набор никога не се явяват на входа на схемата – те са забранени.

5.2. Задаване на логически функции

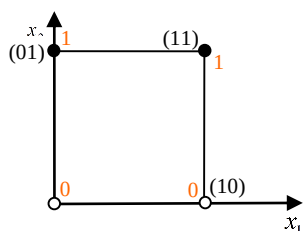
Да се зададе или определи Булева функция означава да се зададат значенията (нула или единица), които тя приема на всички набори от променливи. При напълно определените функции е

Таблица 5.2. Таблица на истинност на функцията $f(x_1, x_2, x_3)$

Набор №	Н а б о р и			Функция $f(x_1, x_2, x_3)$
	x_1	x_2	x_3	
0	0	0	0	1
1	0	0	1	1
2	0	1	0	1
3	0	1	1	0
4	1	0	0	1
5	1	0	1	0
6	1	1	0	0
7	1	1	1	1



Фиг. 5.2. Задаване на функцията $f(x_1, x_2, x_3)$ с 3-мерен куб



Фиг. 5.3. Задаване на функцията $f(x_1, x_2)$ с

чрез таблицата на истинност 5.2, графично се задава с 3-мерния куб, показан на фиг. 5.2.

Поради възможността за подобно отъждествяване с върховете на куб, наборите се наричат още точки.

Тези n -мерни кубове, чрез които се задават Булевите функции на n променливи ако се „разгърнат“ в равнина ще се получат равнинни фигури квадрати или правоъгълници. При функция от два аргумента n -кубът се

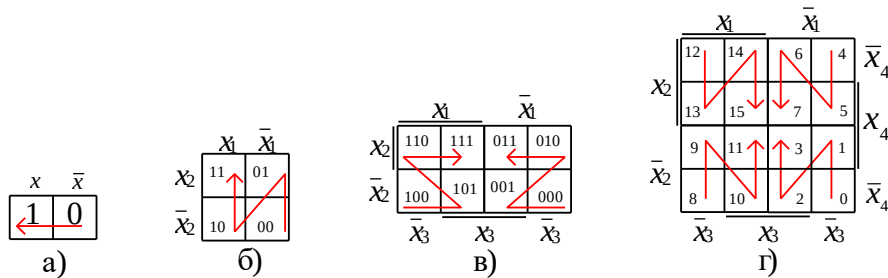
превръща в квадрат. Този случай за функцията $f(x_1, x_2) = \bar{x}_1 x_2 + x_1 x_2$ е представен на фиг. 5.3.

Получената от n -мерен куб равнинна фигура-квадрат или правоъгълник-се разделя на 2^n на брой зони (области), във всяка от които една от променливите има постоянна стойност 0 или 1. Зоните, в които променливите имат стойност 1, се наричат прави и се отбелязват със съответната променлива без инверсия (x_i), а зоните, в които променливите имат стойност 0, се наричат инверсни и се отбелязват с черта над съответната променлива ($\bar{x}_i$). Областите, съответстващи на положителните и инверсните форми на аргументите са разположени така, че при пресичането си се

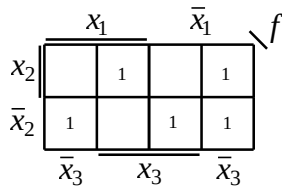
получават 2^n на брой квадрати, всеки от които съответствува на точно определен набор на аргументите. Ако се проследи квадрат в каква област (права или инверсна) се намира той по отношение на всеки от аргументите, се определя съответстващият му набор. Така получената равнинна фигура се нарича карта на Вейч (Вен) или карта на Карно. На фиг. 5.4 са представени карти на Вейч за 1, 2, 3 и 4 променливи.

Според правилото, с червени стрелки е указана посоката на подреждането на наборите в стандартен ред в картите. В последните са нанесени или номерата на наборите или самите набори на съответния брой аргументи. Графичното задаване на ЛФ с карти се нарича още и *матрично*.

Този начин за представяне на логически функции е подходящ само за функции с неголям брой аргументи.



Фиг. 5.4. Карты на Вейч за 1 (а), 2 (б), 3 (в) и 4 (г) променливи



Фиг. 5.5. Задаване на логическата функция $f(x_1, x_2, x_3)$ върху карта на Вейч

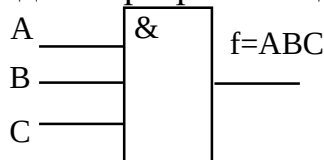
Една логическа функция се задава графично чрез карта на Вейч за съответния брой променливи. На фиг. 5.5 в карта на Вейч за три променливи е представена графично, словесно зададената функция $f(x_1, x_2, x_3)$. В квадратите на картата, съответстващи на единичните набори на функцията са записани единици.

Аналитично (алгебрично). По този начин Булевата функция се задава с формули, т.е. аналитични изрази, построени на основата на операциите на Булевата алгебра. Аналитичният начин за задаване на Булевите функции заема особено място в проектирането на цифрови автомати. Фактически всички преобразувания над булеви функции, необходими за построяване на цифрови автомати се извършват на аналитично ниво. Например описателно зададената логическа функция на три аргумента може да се представи аналитично по следния начин (5.1):

$$f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3)(\bar{x}_1 + x_2 + \bar{x}_3)(\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + x_3) \quad (5.1)$$

На алгоритмичен език (например VHDL, AHDL, Verilog).

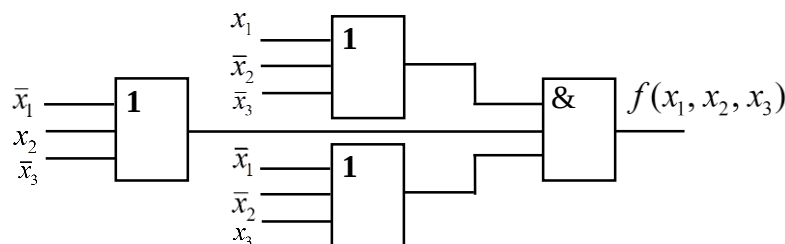
Функцията $f = ABC$ се реализира от логически елемент (фиг. 5.6), чието описание на алгоритмичен език VHDL е представено чрез следния програмен код:



Фиг. 5.6. Логически елемент

```
library ieee;
use ieee.std_logic_1164.all;
entity Ex1 is
port (A : in std_logic;
      B : in std_logic;
      C : in std_logic;
      F : out std_logi
end;
```

Схемно. Аналитично зададената логическа функция (5.1) е представена схемно (с комбинационна логическа схема) на фиг. 5.7.



Фиг. 5.7. Схемно представяне на логическа функция $f(x_1, x_2, x_3)$

Непълно определената логическа функция от n аргумента разделя множеството от 2^n набори на три подмножества:

- подмножество от набори, за които функцията има стойност 0 - f^0 (нулеви набори);
- подмножество от набори, за които функцията има стойност 1 - f^1 (единични набори);
- подмножество от набори, за които функцията има неопределена стойност - f^* (фиктивни набори).

	x_1	$\bar{x}_1$		
x_2	1	*	1	*
$\bar{x}_2$	1	*		
	$\bar{x}_3$	x_3	$\bar{x}_3$	

Фиг. 5.8. Задаване на непълно определена логическа функция върху карта на Вейч

Непълно определена логическа функция се задава напълно чрез кои да са две от тези три подмножества:

$$\begin{aligned} &f^1 \text{ и } f^0, \\ &f^1 \text{ и } f^*, \\ &f^0 \text{ и } f^*. \end{aligned}$$

На фиг. 5.8 върху карта на Вейч е зададена чрез подмножествата от единичните и фиктивните набори, непълно определената логическа функция от таблица 5.1.

5.3. Елементарни логически функции

Задачата за синтез на сложни цифрови схеми е еквивалентна на математическата задача за представяне (с помощта на математическата операция суперпозиция) на сложни превключвателни функции чрез прости превключвателни функции, описващи работата на логическите елементи. При синтеза на логически схеми широко се използват елементи с един и два входа. Условиата за функциониране на такива елементи се определят от превключвателни функции на един и на два аргумента.

Това са най-простите логически функции. За пълнота към тях се прибавят и двете константи 0 и 1 – логически функции, които не зависят от нито един аргумент (зависят от нула аргументи). Често сложните булеви функции на n променливи се представят чрез булеви функции на една и / или на две променливи.

Определение: Функциите на един и на два аргумента се наричат елементарни логически функции (ЕЛФ).

Ще бъдат разгледани логическите функции съответно на нула, един и два аргумента.

Логически функции на нула аргументи ($n = 0$):

$f_0 = 0$ - твърждествено равна на нула (константа 0);

$f_1 = 1$ - твърждествено равна на единица (константа 1).

Логически функции на един аргумент ($n = 1$):

Съществуват четири различни превключвателни функции на един аргумент (таблица 5.3).

Таблица 5.3. Логически функции на един аргумент

x	0	1	Условно означение	Наименование	A^*	Инверсия на
$f_0(x)$	0	0	0	Константа 0	0	$f_3(x)$
$f_1(x)$	0	1	x	Променлива x	1	$f_2(x)$
$f_2(x)$	1	0	$\bar{x}$	Инверсия на x	1	$f_1(x)$
$f_3(x)$	1	1	1	Константа 1	0	$f_0(x)$

A^* - брой аргументи, от които функцията зависи съществено

Функцията $f_0(x)$ е твърждествено равна на нула. Тази функция се нарича константа нула и се означава $f_0(x) = 0$.

Функцията $f_3(x)$ е твърждествено равна на единица. Тази функция се нарича константа единица и се означава $f_3(x) = 1$.

Функцията $f_1(x)$ повтаря значенията на аргумента и затова е твърждествено равна на променливата x .

Функцията $f_2(x)$ приема значения, противоположни на значенията на аргумента: ако $x = 0$, $f_2(x) = 1$; ако $x = 1$, то $f_2(x) = 0$. Затова тази функция се нарича инверсия на променливата x , отрицание на x или функция НЕ и е въведено означение $f_2(x) = \bar{x}$ (x с отрицание). Чертата, стояща над аргумента има смисъл на определено функционално преобразуване и се нарича знак за отрицание.

Логически функции на два аргумента ($n = 2$):

При ($n = 2$) функциите са определени от $2^2 = 4$ набора. Броят на възможните превключвателни функции е $2^{2^2} = 16$ (таблица 5.4). Значенията на всяка от функциите се задават за всяко съчетание от стойности на аргументите x_1 и x_2 , т.е. за всеки един от възможните 4 набора.

Всяка функция може да бъде дефинирана чрез съответната ѝ таблица, която се получава от голямата таблица 5.4. Например

логическа сума (дизюнкция) на два аргумента е такава логическа функция на два аргумента, която приема стойност 1, ако поне един от двата ѝ аргумента приема стойност 1; Импликация от x_2 към x_1 е такава логическа функция на два аргумента, която приема стойност 0 само в случай, че x_1 е 0 и x_2 е 1.

Функциите на два аргумента представени в таблица 5.4 са взаимно инверсни една на друга. Те могат да се разделят на две групи, разположени огледално симетрично във вертикална посока от мислено разграничаващата ги хоризонтална линия между $f_7(x_1, x_2)$ и $f_8(x_1, x_2)$. Например взаимно инверсни са: f_0 с f_{15} ; f_1 с f_{14} и т.н.

Някои от функциите на две променливи в таблица 5.4 не променят значенията си, т.е. не зависят от размяната на местата на редовете за двата аргумента (x_1 и x_2). За тях се казва, че са комутативни. Шест от десетте съществено зависещи от двата си аргумента функции са комутативни. В последната графа в съответните на тези функции редове е записано „ДА”. Останалите четири от тези десет функции са некомутиативни и за тях в таблицата е отбелязано „НЕ”.

Таблица 5.4. Логически функции на два аргумента

A^*	x_1	0	0	1	1	Наименование	Условно означение	Комути- тивност
	x_2	0	1	0	1			
0	$f_0(x_1, x_2)$	0	0	0	0	Константа 0	0	-
2	$f_1(x_1, x_2)$	0	0	0	1	Конюнкция, И, Логическо произведение	$x_1 \wedge x_2$, или $x_1 \cdot x_2$, „&”	ДА
2	$f_2(x_1, x_2)$	0	0	1	0	Забрана по x_2	$x_1 \xrightarrow{-} x_2$	НЕ
1	$f_3(x_1, x_2)$	0	0	1	1	Променлива x_1	x_1	-
2	$f_4(x_1, x_2)$	0	1	0	0	Забрана по x_1	$x_1 \xleftarrow{-} x_2$	НЕ
1	$f_5(x_1, x_2)$	0	1	0	1	Променлива x_2	x_2	-
2	$f_6(x_1, x_2)$	0	1	1	0	Сума по модул 2 Неравнозначност	$x_1 \oplus x_2$	ДА
2	$f_7(x_1, x_2)$	0	1	1	1	Дизюнкция, ИЛИ, Логическа сума	$x_1 \vee x_2$, или x_1 $+ x_2$, „1”	ДА
2	$f_8(x_1, x_2)$	1	0	0	0	Инверсия на лог. сума, ИЛИ-НЕ, Стрелка на Пирс	$x_1 \downarrow x_2$	ДА
2	$f_9(x_1, x_2)$	1	0	0	1	Логическа равнозначност	$x_1 \equiv x_2$	ДА
1	$f_{10}(x_1, x_2)$	1	0	1	0	Инверсия на x_2 , НЕ	$\bar{x}_2$	-
2	$f_{11}(x_1, x_2)$	1	0	1	1	Импликация от x_2 към x_1	$x_1 \leftarrow x_2$	НЕ

1	$f_{12}(x_1, x_2)$	1	1	0	0	Инверсия на x_1 , НЕ	$\bar{x}_1$	-
2	$f_{13}(x_1, x_2)$	1	1	0	1	Импликация от x_1 към x_2	$x_1 \rightarrow x_2$	НЕ
2	$f_{14}(x_1, x_2)$	1	1	1	0	Инверсия на лог. произведение, Щрих на Шефер, И-НЕ	$x_1 \mid x_2$	ДА
0	$f_{15}(x_1, x_2)$	1	1	1	1	Константа 1	1	-

Забелязва се, че в броя на шестнадесетте превключвателни функции са включени функции, тъждествено равни на константите единица и нула, на променливите x_1 и x_2 и инверсиите на тези променливи: $f_0(x_1, x_2) = 0$ - константа нула; $f_{15}(x_1, x_2) = 1$ - константа единица; $f_3(x_1, x_2) = x_1$ - променливата x_1 ; $f_5(x_1, x_2) = x_2$ - променливата x_2 ; $f_{12}(x_1, x_2) = \bar{x}_1$ - инверсия на x_1 ; $f_{10}(x_1, x_2) = \bar{x}_2$ - инверсия на x_2 .

На всяка от функциите от таблица 5.4 съответствува сложно съждение, което може да се изрази със съответната зависимост. Например на функцията „Константа 0” съответствува съждение „Винаги лъжа” с означение 0; на „Конюнкция” – „ x_1 И x_2 ” с означение $x_1 \wedge x_2$; на „Забрана по x_2 ” – „Лъжа е, че ако x_1 то x_2 ” с означение $x_1 \longrightarrow x_2$; на „Импликация от x_1 към x_2 ” – „Ако x_1 то x_2 ” с означение $x_1 \rightarrow x_2$; на „Стрелка на Пирс” – „Нито x_1 , нито x_2 ” с означение $x_1 \downarrow x_2$ и т.н.

Разглеждането на всички функции зависещи от три аргумента ($n = 3$) по показания начин е трудно, тъй като техният брой е $2^{2^3} = 256$ и няма да бъде направено. Представянето им може да се извърши подобно на начина, показан чрез таблица 5.4.

5.4. Логически елементи за реализация на логически функции

Логическите елементи представляват технически устройства, чийто закон за функциониране може да се опише със съответни логически функции. Поради тази причина те са получили и своето наименование. Булевата функция свързва входните сигнали на устройството с изходния сигнал. Принципът на действие на тези устройства може да бъде различен-електронен, електрически, механичен, оптичен, пневматичен и т.н. Необходимо е обаче принципът на действие на елемента да позволява разглеждането на входните и изходните сигнали като физически величини, които могат да се приемат за величини с две състояния. При това разглеждане да не се нарушава самото действие на устройството.

Примери за подобни устройства могат да се посочат почти във всяка област на науката и техниката. Например състоянието на

електрическата лампа „свети“ или „не свети“ зависи от състоянието на електрическия ключ „включен“ или „не включен“, състоянието на един флуид „тече“ или „не тече“ зависи от състоянието на крана „отворен“ или „затворен“, състоянието на един транзистор „запушен“ или „наситен“ зависи от съответния базов ток, но разгледан в неговите стойности, осигуряващи насищане или не и т.н.

Тези примери показват, че логически елементи могат да се използват навсякъде, а оттук и универсалността на теорията на логическите функции за построяване на съответни устройства.

В тази връзка моделирането или реализацията на логически зависимости (логически функции) може да се извърши чрез разнообразни електрически схеми, при които носител на информация за значението „0“ (логическа нула) или „1“ (логическа единица) е или напрежението между две точки (едната от тях обикновено е общата точка на схемата), или токът, протичащ през определен участък на дадена електрическа верига. За тези два типа схеми се казва, че работят съответно при потенциална (напрежителна) или при токова логика.

Токвата логика е характерна за логически структури, съставени от двуполюсни елементи-контакти, намотки на релета, лампи, сигнални елементи, електродвигатели и др. подобни, през които протича ток при условия, определени от логиката на работа на даденото устройство.



Фиг. 5.9. Основни елементи на токовата логика

Тези условия могат да бъдат записани като логически зависимости (логически функции) - $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$. Колкото и сложна да бъде функцията f , тя се представя чрез двуполюсник (фиг. 5.9 а), чиято проводимост се изменя рязко, скокообразно, между две състояния-затворена верига, през която може да протича ток ($f = 1$) и отворена (прекъсната) верига ($f = 0$) – фиг. 5.9 б.

Значението на даден аргумент в права форма (например x) може да се моделира или реализира чрез контакт (ключ), който в изходно (нулево) положение е прекъснал веригата ($x = 0$), а в работно положение затваря веригата (осигурява път на тока) ($x = 1$). Такъв контакт се нарича работен. Следователно инверсното значение $\bar{x}$ на даден аргумент може да се представи чрез контакт, който в спокойно положение е осигурил затворена верига, а при задействане я прекъсва. Такъв контакт се нарича спокоен. Такива контакти се чертаят по начина, показан на фиг. 5.9 в.

Логическото действие конюнкция (логическо умножение) на произволен брой аргументи при токовата логика се моделира или реализира чрез последователно свързване на двуполусници, тъй като такава верига може да се затвори само тогава, когато са едновременно затворени веригите на всички двуполусници (фиг. 5.9 г).

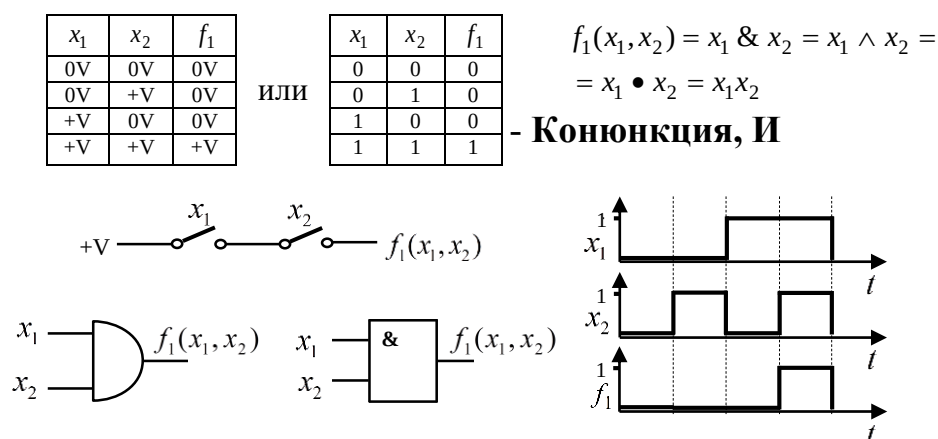
Такава верига може да се нарече токова логическа схема „И”.

Логическото действие дизюнкция (логическо сумиране) на произволен брой аргументи се моделира или реализира чрез паралелно свързване на двуполусници, тъй като такава верига ще се затвори при затварянето на поне една от веригите на съставлящите я двуполусници (фиг. 5.9 д). Такава верига може да се нарече токова логическа схема „ИЛИ”.

Логическото действие инверсия, може да се представи за отделен аргумент на Булева функция чрез спокоен контакт. Ако се налага моделиране на инверсията на сложна Булева функция, то тя може да се преобразува в инверсен вид (по закона на де Морган), след което да се моделира или реализира чрез работни и/или спокойни контакти, свързани последователно или паралелно, в зависимост от логическите връзки между тях. При нужда може да се използва и специална релейно-контактна схема „НЕ”.

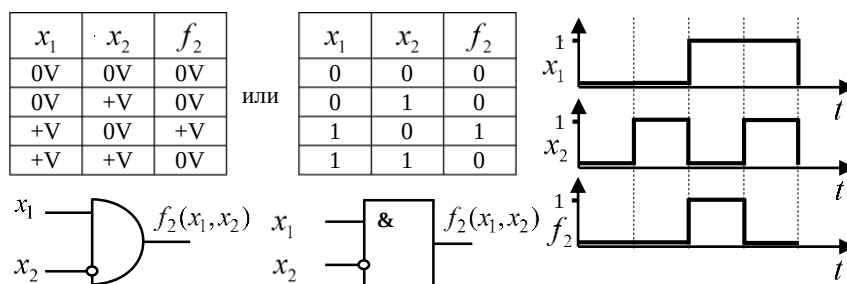
Логическите елементи, намерили най-широко разпространение в цифровите устройства, работят чрез представяне и преобразуване на напрежения. Това са електронни логически елементи.

На всяка елементарна логическа функция съответства логически елемент, който я реализира. В принципните електрически схеми тези логически елементи имат условни графични означения (символи), които са представени по-долу (фиг. 5.10 до фиг. 5.19). С таблици на истинност и времедиаграми е пояснена работата им за реализацията на съответните функции при потенциална, а за някои от тях (с релейно-контактни схеми) и при токова логика.



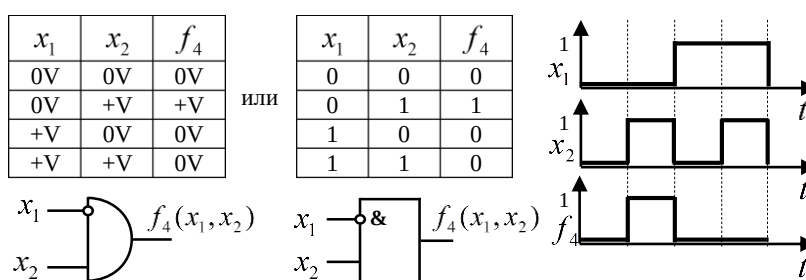
Фиг. 5.10. Функция **Конюнкция**

$f_2(x_1, x_2) = x_1 \cdot \bar{x}_2$ - **Забрана по x_2**



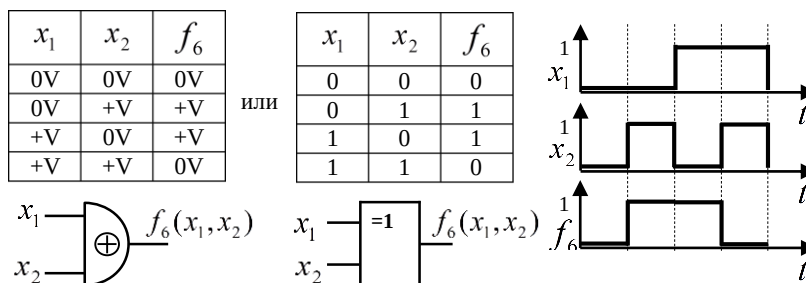
Фиг. 5.11. Функция **Забрана по x_2**

$f_4(x_1, x_2) = \bar{x}_1 \cdot x_2$ - **Забрана по x_1**



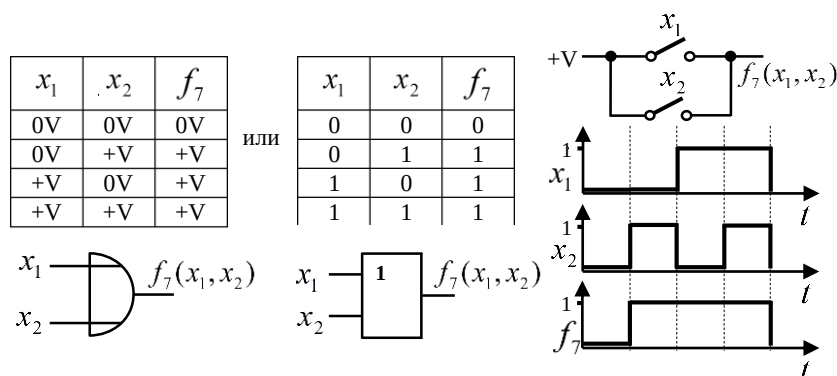
Фиг. 5.12. Функция **Забрана по x_1**

$f_6(x_1, x_2) = x_1 \oplus x_2$ - **Сума по модул 2**



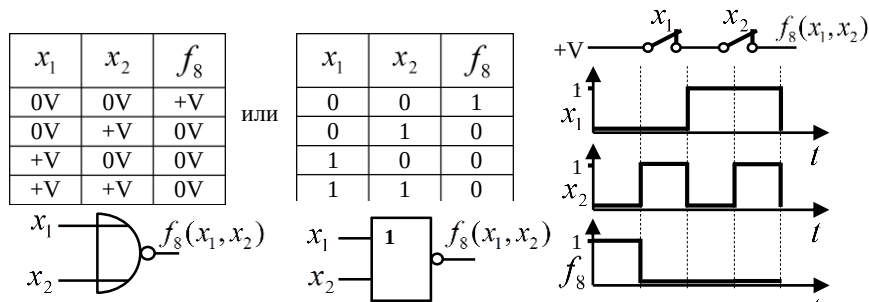
Фиг. 5.13. Функция **Сума по модул 2**

$f_7(x_1, x_2) = x_1 \vee x_2 = x_1 + x_2$ - **Дизюнкция, логическа сума, ИЛИ**



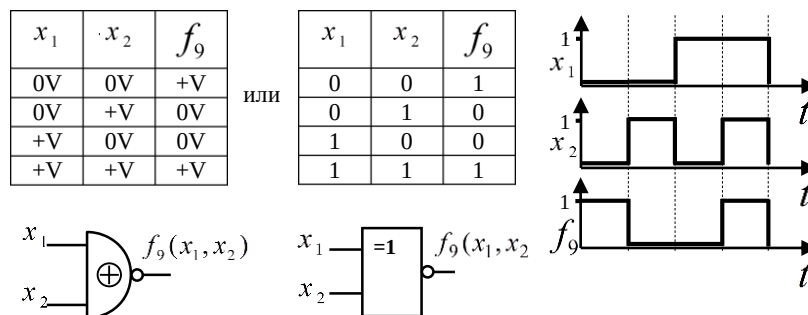
Фиг. 5.14. Функция **Дизюнкция, логическа сума, ИЛИ**

$f_8(x_1, x_2) = x_1 \downarrow x_2$ - **Инверсия на логическа сума, ИЛИ-НЕ**



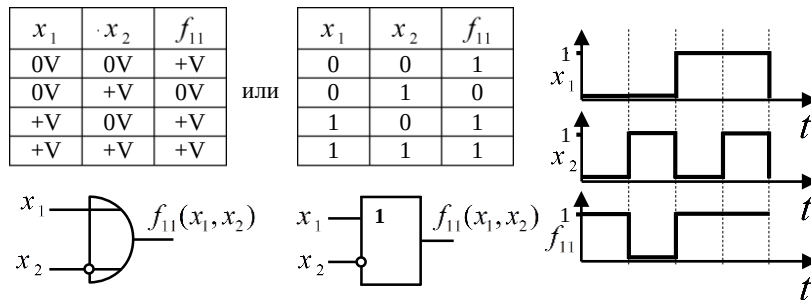
Фиг. 5.15. Функция **Инверсия на логическа сума, ИЛИ-НЕ**

$f_9(x_1, x_2) = x_1 \equiv x_2$ - **Логическа равнозначност**



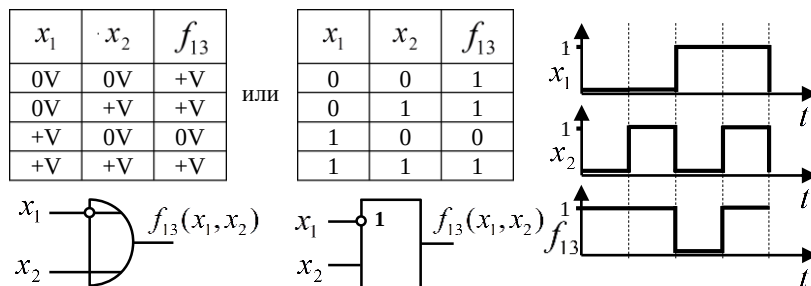
Фиг. 5.16. Функция **Логическа равнозначност**

$f_{11}(x_1, x_2) = x_1 \leftarrow x_2$ - **Импликация от x_2 към x_1**



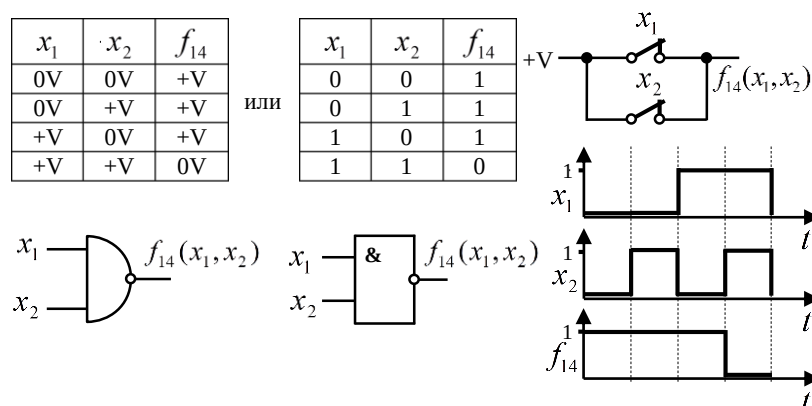
Фиг. 5.17. Функция **Импликация от x_2 към x_1**

$f_{13}(x_1, x_2) = x_1 \rightarrow x_2$ - **Импликация от x_1 към x_2**



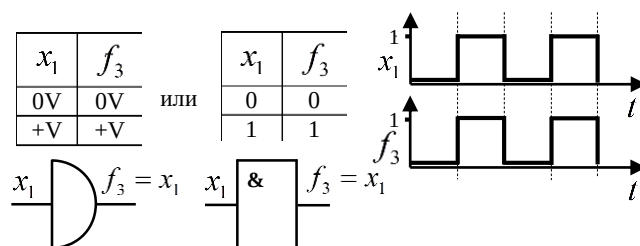
Фиг. 5.18. Функция **Импликация от x_1 към x_2**

$f_{14}(x_1, x_2) = x_1/x_2$ - **Инверсия на логическо произведение, И-НЕ**

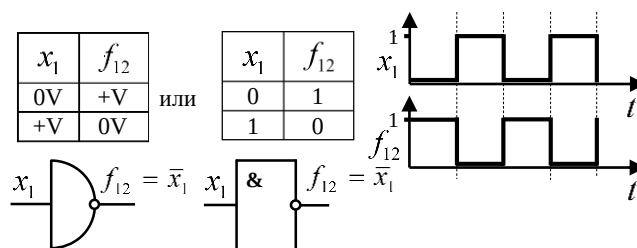


Фиг. 5.19. Функция **Инверсия на логическо произведение, И-НЕ**

Разгледаните 10 на брой логически функции зависят съществено от двата си аргумента x_1 и x_2 . Останалите 4, след изключване на двете константи (f_0 и f_{15} - логически функции зависещи от нула аргументи), са логически функции, съществено зависещи само от един аргумент и те са f_3 , f_5 , f_{10} и f_{12} . Функциите f_{10} и f_{12} са инверсни съответно на f_5 и f_3 .



Фиг. 5.20. Функция **Променлива x_1**



Фиг. 5.21. Функция **Инверсия на x_1**

От направените разглеждания се вижда, че на ЕЛФ съответствуват девет основни логически елемента (таблица 5.5).

В таблица 5.5 елементите с два входа могат да се разделят на две групи: с еднотипни (И, ИЛИ) и с разнотипни (Забрана, Импликация) входи.

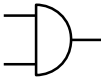
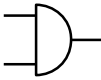
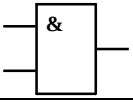
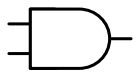
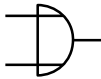
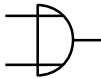
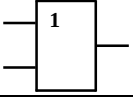
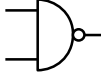
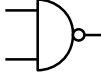
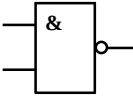
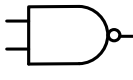
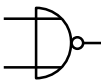
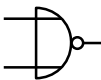
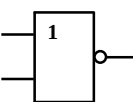
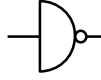
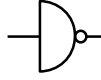
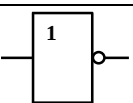
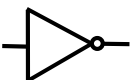
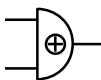
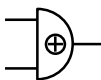
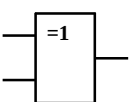
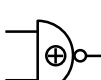
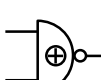
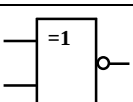
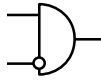
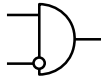
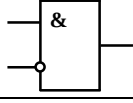
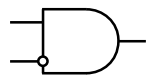
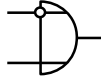
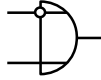
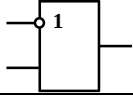
Таблица 5.5. Основни логически елементи

С един вход		НЕ
С два входа		И
		И-НЕ
		Сума по модул 2
		Равнозначност
		ИЛИ
		ИЛИ-НЕ
		Забрана
		Импликация

В таблица 5.6 са показани някои елементарни логически функции и съответните им графични символи на реализиращите ги логически елементи според: International Electrotechnical Commission (IEC), USA

и DIN (по-старо означение).

Таблица 5.6. Съответствие между някои ЕЛФ и графични символи на реализиращите ги логически елементи

Елем. логическа функция	Графичен символ	DIN (По-старо означение)	IEC (International Electrotechnical Commission)	USA
“И” (AND)				
“ИЛИ” (OR)				
“И-НЕ” (NAND)				
“ИЛИ-НЕ” (NOR)				
“НЕ” (NEGATION)				
“Сума по модул 2 ” (XOR)				
“Логическа Равнозначност” (XNOR)				
„Забрана по x_2 ”				
“Импликация x_1 към x_2 ”				

5.5. Основни свойства на логическите функции (И, ИЛИ и НЕ)

В съвременната математика важна роля играят така наречените дедуктивни теории, които могат да се построят аксиоматически. Като пример на дедуктивните теории служи Булевата алгебра. За доказване на теоремите в Булевата алгебра се постъпва така, както това се прави във всяка теория, построена върху дедуктивния принцип-доказателството на теоремите се основава на приетите постулати, като вече доказаните теореми се използват за доказване на следващи. Главен път на доказателството е проверката на справедливостта на някакво утвърждаване при всички възможни значения на променливите. За Булевата алгебра този път е много удобен, тъй като тя оперира с двоични променливи, които могат да имат едно от две възможни значения (0 или 1), а това намалява броя на частните случаи, подлежащи на проверка. Постулатите на Булевата алгебра са разгледани в лекция 1. А те регламентират и утвърждават операциите И, ИЛИ и НЕ заедно с константите 0,1 и двоичните променливи и определят Булевата алгебра като алгебрична система. Свойствата на функциите, отъждествяващи се с тези три операции логическо произведение (И), логическа сума (ИЛИ) и инверсия (НЕ) са представени в таблица 5.7. Както е указано и по-горе, всяко от посочените свойства може да се докаже, като се съпоставят таблиците за стойностите на лявата и дясната част при всеки набор на аргументите и след сравнение се установи пълното съвпадение. Тъй като Булевата алгебра е изградена аксиоматично, част от тези съотношения се приемат за аксиоми, а останалите могат да се изведат като теореми. Едни от съотношенията се отнасят за една променлива, а останалите - за две и повече променливи.

За електрическа интерпретация на разгледаните в таблица 5.7 закони на алгебрата на логиката могат да послужат релейно-контактни схеми (токова логика).

Въз основа на тези закони се задават, преобразуват и опростяват логическите функции при анализа и синтеза на комбинационните схеми.

За преобразуване и обработка на логически изрази и привеждането им във форма удобна за реализация с определена елементна база се използват основните зависимости и закони, представени в таблица 5.7.

Всяка от посочените зависимости може да се докаже, като се съпоставят стойностите на лявата и дясната част на равенствата за всеки набор променливи.

Характерна особеност при използването на функции от основната база И-ИЛИ-НЕ е тяхната *дуалност* при функционалните зависимости, т.е. знаците за логическо произведение могат да се заменят съответно със знаци за логическа сума и обратно, а единиците с нули и обратно.

Таблица 5.7. Свойства на логическите функции И, ИЛИ, НЕ

№	А) Съотношения при конюнкция	Б) Съотношения при дизюнкция
	Наименование	
1.	$x \cdot x = x$	$x + x = x$
	Закон за повторение	
2.	$x \cdot 1 = x$	$x + 0 = x$
	Несъществени константи	
3.	$x \cdot 0 = 0$	$x + 1 = 1$
	Съществени константи	
4.	$x \cdot \bar{x} = 0$	$x + \bar{x} = 1$
	Закон за изключеното трето	
5.	$x_1 \cdot x_2 = x_2 \cdot x_1$	$x_1 + x_2 = x_2 + x_1$
	Закон за размястване (Комутативен закон)	
6.	$x_1(x_2 x_3) = (x_1 x_2)x_3$	$x_1 + (x_2 + x_3) = (x_1 + x_2) + x_3$
	Закон за съчетаване (Асоциативен закон)	
7.	$x_1(x_2 + x_3) = x_1 x_2 + x_1 x_3$	$x_1 + x_2 x_3 = (x_1 + x_2)(x_1 + x_3)$
	Закон за разпределяне (Дистрибутивен закон)	
8.	$x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot \bar{x}_2 = x_1$	$(x_1 + x_2)(x_1 + \bar{x}_2) = x_1$
	Закон за сцепване (Обединяване)	
9.	$x_1 + x_1 \cdot x_2 = x_1$	$x_1(x_1 + x_2) = x_1$
	Закон за поглъщане (Елиминиране)	
10.	$x_1 + \bar{x}_1 \cdot x_2 = x_1 + x_2$	$x_1(\bar{x}_1 + x_2) = x_1 x_2$
	Закон за съкращаване (Закон на Блейк-Порецки)	
11.	$\overline{x_1 \cdot x_2} = \bar{x}_1 + \bar{x}_2$	$\overline{x_1 + x_2} = \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2$
	Закон за инвертиране (Закон на Де Морган)	
12.	$x_1 \cdot x_2 + \bar{x}_1 \cdot x_3 = (x_1 + x_3)(\bar{x}_1 + x_2)$	$(x_1 + x_2)(\bar{x}_1 + x_3) = x_1 \cdot x_3 + \bar{x}_1 \cdot x_2$
	Закон за преместване	
13.	$x_i f(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n) =$ $= x_i f(x_1, x_2, \dots, 1, \dots, x_n)$	$x_i + f(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n) =$ $= x_i + f(x_1, x_2, \dots, 0, \dots, x_n)$
	Закон за изключване	
14.	$f(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n) =$ $= x_i f(x_1, x_2, \dots, 1, \dots, x_n) +$ $+ \bar{x}_i f(x_1, x_2, \dots, 0, \dots, x_n)$	$f(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n) =$ $= (x_i + f(x_1, x_2, \dots, 0, \dots, x_n))$ $(\bar{x}_i + f(x_1, x_2, \dots, 1, \dots, x_n))$
	Закон за разлагане	
15.	$\overline{(\bar{x})} = x$	
	Закон за двойното инвертиране	
16.	$\overline{f(x_1, x_2, \dots, x_n, \vee, \wedge)} = f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n, \wedge, \vee)$	
	Обобщен закон за двойствеността (Закон на Шенон)	

В таблица 5.8 е показано доказателството на основни Булеви твърдения от таблица 5.7 с помощта на таблица на истинност.

Таблица 5.8. Доказателство на основни тъждества на Булевата алгебра с помощта на таблица на истинност

x	$\bar{x}$	$x.1$	$x.0$	$x.x$	$x+1$	$x+0$	$x+x$	$x.\bar{x}$	$x+\bar{x}$	$\bar{\bar{x}}$
0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1
1	0	1	0	1	1	1	1	0	1	0

Пример 1. Да се намери инверсията на следната Булева функция:

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1 \bar{x}_2 x_3 + \bar{x}_1 (x_2 \bar{x}_3 + \bar{x}_2 x_3).$$

От съотношение №16 в таблица 5.7 следва непосредствено отговорът:

$$\overline{f(x_1, x_2, x_3)} = (\bar{x}_1 + x_2 + \bar{x}_3)(x_1 + (\bar{x}_2 + x_3)(x_2 + \bar{x}_3)).$$

5.5.1. Теорема на разлагането

Ще бъде разгледан смисълът на закона на разлагането, представен в таблица 5.7. Той е известен още и като теорема на разлагането. Разглеждането на теоремата на разлагането ще бъде направено в двете ѝ дуални форми – права (свойство 14А, таблица 5.7) и двойствена (свойство 14Б, таблица 5.7).

Нека $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ е произволна Булева функция, а $x_1, x_2, \dots, x_n$ са двоични променливи на същата функция.

Тази функция може да се представи по следния начин:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n) = x_i f(x_1, x_2, \dots, 1, \dots, x_n) + \bar{x}_i f(x_1, x_2, \dots, 0, \dots, x_n) \quad (5.2)$$

$$\begin{aligned} f(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n) &= \\ &= (x_i + f(x_1, x_2, \dots, 0, \dots, x_n))(\bar{x}_i + f(x_1, x_2, \dots, 1, \dots, x_n)) \end{aligned} \quad (5.3)$$

Теоремите във вида (5.2) и (5.3) определят разлагането на Булевите функции по променливата x_i . Естествено разлагане може да се направи по коя да е от променливите.

Доказателство: Първата теорема може да се докаже, като се провери справедливостта на (5.2) за $x_i = 1, \bar{x}_i = 0$ и съответно $x_i = 0, \bar{x}_i = 1$.

При $x_i = 1$ и $\bar{x}_i = 0$

$$\begin{aligned} f(x_1, x_2, \dots, 1, \dots, x_n) &= 1 \cdot f(x_1, x_2, \dots, 1, \dots, x_n) + \\ &+ 0 \cdot f(x_1, x_2, \dots, 0, \dots, x_n) = f(x_1, x_2, \dots, 1, \dots, x_n) + 0 = \\ &= f(x_1, x_2, \dots, 1, \dots, x_n). \end{aligned}$$

При $x_i = 0$ и $\bar{x}_i = 1$

$$\begin{aligned}
f(x_1, x_2, \dots, 0, \dots, x_n) &= 0 \cdot f(x_1, x_2, \dots, 1, \dots, x_n) + \\
+ 1 \cdot f(x_1, x_2, \dots, 0, \dots, x_n) &= 0 + f(x_1, x_2, \dots, 0, \dots, x_n) = \\
&= f(x_1, x_2, \dots, 0, \dots, x_n).
\end{aligned}$$

В двата случая се получават твърждествени изрази, с които се счита теоремата за доказана.

По аналогичен начин се доказва и второто равенство, теорема (5.3).

Теоремите във вида (5.2) и (5.3) определят разлагането на Булевата функция по променливата x_i . Естествено разлагане може да се направи по коя да е от променливите.

Пример 2. Дадена е функцията на три променливи $f(x_1, x_2, x_3)$, чиито аналитичен израз е

$$f(x_1, x_2, x_3) = \bar{x}_1(\bar{x}_2 \cdot x_3 + x_2 \cdot \bar{x}_3) + \bar{x}_3(\bar{x}_1 + x_2)(x_1 + \bar{x}_2).$$

Да се разложи функцията $f(x_1, x_2, x_3)$ по променливата x_2 в дизюнктивна форма.

Решение:

$$\begin{aligned}
f(x_1, x_2, x_3) &= x_2(\bar{x}_1(0 \cdot x_3 + 1 \cdot \bar{x}_3) + \bar{x}_3(\bar{x}_1 + 1)(x_1 + 0)) + \bar{x}_2(\bar{x}_1(1 \cdot x_3 + 0 \cdot \bar{x}_3) + \\
&+ \bar{x}_3(\bar{x}_1 + 0)(x_1 + 1)) = x_2(\bar{x}_1 \bar{x}_3 + x_1 \bar{x}_3) + \bar{x}_2(\bar{x}_1 x_3 + \bar{x}_1 \bar{x}_3) = x_2 \bar{x}_3 + \bar{x}_1 \bar{x}_2.
\end{aligned}$$

Ако за получения междинен резултат

$f(x_1, x_2, x_3) = \dots = x_2(\bar{x}_1 \bar{x}_3 + x_1 \bar{x}_3) + \bar{x}_2(\bar{x}_1 x_3 + \bar{x}_1 \bar{x}_3)$, се приложи законът за разпределянето (равенство 7А, таблица 5.7), се получава

$$\begin{aligned}
f(x_1, x_2, x_3) &= \dots = x_2(\bar{x}_1 \bar{x}_3 + x_1 \bar{x}_3) + \bar{x}_2(\bar{x}_1 x_3 + \bar{x}_1 \bar{x}_3) \\
&= \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 + x_1 x_2 \bar{x}_3 + \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 + \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3
\end{aligned}$$

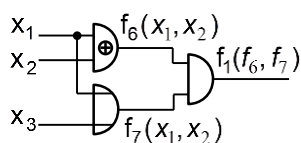
или

$$f(x_1, x_2, x_3) = \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 + x_1 x_2 \bar{x}_3 + \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 + \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3.$$

Полученият резултат за $f(x_1, x_2, x_3)$ е дизюнкция от конюнкции.

Последователното разлагане на Булевите функции по свойство 14 А (5.2) води до представянето им във вид на дизюнкции от конюнкции, във всяка от които се съдържат всичките двоични променливи (в права или инверсна форма). Такава форма на представяне се нарича съвършена дизюнктивна нормална форма (СДНФ) или първа стандартна форма (първа теорема на Бул). Нарича се още канонична дизюнктивна нормална форма (КДНФ).

Последователното разлагане на Булевите функции по свойство 14 Б (5.3) води до представянето им във вид на конюнкции от дизюнкции, във всяка от които се съдържат всичките двоични променливи (в права или инверсна форма). Такава форма на представяне се нарича съвършена конюнктивна нормална форма (СКНФ) или втора стандартна форма (втора теорема на Бул). Нарича се още канонична конюнктивна нормална форма (ККНФ).



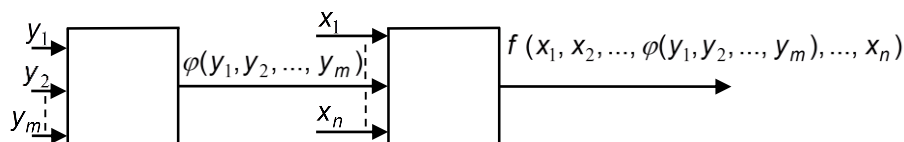
Фиг. 5.22. Свързване на логически елементи в схема

От последните два примера се вижда, че всички конюнкции от СДНФ и всички дизюнкции от СКНФ се различават помежду си. Ако при разлагане на Булеви функции по (5.2) или (5.3) се получат повтарящи се членове, в окончателния резултат се записва само един. Ако се получи дизюнктивен член, равен на нула, или конюнктивен член, равен на единица, той се пренебрегва, тъй като не влияе на резултата.

Представянето на Булеви функции в СДНФ и СКНФ има особено важно значение в теорията на логическите схеми.

5.5.2. Суперпозиция

Заместването с логически функции на аргументи от други логически функции се нарича суперпозиция. На суперпозицията на логическите функции съответства свързването (композирането) на логическите елементи в схема (фиг. 2.4-1).



Фиг. 5.23. Суперпозиция

$$f_6(x_1, x_2) = \bar{x}_1 x_2 + x_1 \bar{x}_2; \quad f_7(x_1, x_2) = x_1 + x_3; \\ f_1(f_6, f_7) = (\bar{x}_1 x_2 + x_1 \bar{x}_2)(x_1 + x_3)$$

На фиг. 5.22 е представена логическа схема на тази математическа операция, на която съответства последователно свързване на логическите елементи.

5.6. Минимизация на логически функции

Минимизацията на логически функции е една от типовите задачи в процеса на обучение по анализ и синтез на логически схеми. Всяка логическа функция се изразява чрез операциите на Булевата алгебра нееднозначно. По тази причина при алгебричните преобразувания на една и съща функция се стига до различни по вид, но еквивалентни алгебрични изрази. По всеки от тях може да се построи комбинационна логическа схема (КЛС). Помежду си тези схеми ще се различават твърде съществено - за реализацията им ще се изразходва различно количество оборудване. Изразите могат да бъдат и с различен ред, а това определя различната дълбочина (стъпалност) на съответстващите им схеми. Очевидно е, че множеството възможни схеми не са равностойни от гледище на стойността, габаритите, консумираната мощност, сигурността на работата (експлоатационната

сигурност) и бързодействието. По такъв начин като *основна задача на синтеза на логически схеми* се явява намирането на най-рационална форма за представяне на зададената функция, която осигурява най-икономична реализация и най-добри технико-икономически и експлоатационни качества.

Определение: Опростяването на логическите функции, т.е. намирането на най-простите им форми се нарича *минимизация*.

Съществуват немалко методи за минимизация на логически функции. По принцип, всяка логическа функция може да бъде опростена директно с помощта на аксиоми и теореми на логиката, т.е. *минимизация на логически функции чрез използване постулатите и теоремите на Булевата алгебра*. Това е един от тези методи, за прилагането на който се изискват в някои случаи обемисти и трудни изчисления. Ето защо методът се използва при относително прости алгебрични изрази на функциите. В допълнение може да се каже, че при опростяването на Булевите изрази не може да бъде дадена строга последователност за прилагането на опростяващите формули, валидни за всички възможни случаи. Този метод не подлежи на алгоритмизиране. За прилагането на този метод за минимизация се използват теоремите на Булевата алгебра и произтичащите от тях свойства на булевите функции. Най-ефективни, така че и най-често използвани са законът за *слепване* (теорема 8, таблица 2.3-1) и законът за *поглъщане* (теорема 9, таблица 2.3-1). За прилагането им към функции в дизюнктивна форма (съотношения при конюнкция) тези закони имат вида (3.1.1):

$$X.Y + X.\bar{Y} = X, \quad X + X.Y = X, \quad (5.4)$$

където под X и Y могат да се подразбират всякакви функции. Освен това се използва *теоремата на Де Морган* (теорема 11, таблица 5.7), изнасянето на общи членове зад или пред скоби на основание закона за *разпределянето* (теорема 7, таблица 5.7) и т.н.

По-целесъобразно е да се използват специални алгоритмични методи за минимизация, позволяващи да се извърши опростяване на функциите по-лесно, бързо и точно. От тях като най-прости и разпространени могат да се посочат следните:

- *геометричен метод*;
- *метод на неопределените коефициенти* – приложим е за минимизация на логически функции от произволен брой аргументи;
- *метод на Куайн (Квайн)*;
- *метод на Мак Класки*;
- *метод на Петрик*;
- *метод на Блейк*;

- *метод с карти (диаграма) на Вейч* (Edward Veitch);
- *метод с минимизиращи карти на Карно* (Maurice Karnaugh);
- *метод с карти на Карнап* (Карнап (Carnap) Рудолф (1891-1970 гг.) – нем.-амер. философ и логик) и др.

Минимизацията на функциите обикновено се извършва в класа на ДНФ, но е възможна и в КНФ. Тя се основава на два закона: *слепване* и *поглъщане*.

Нормалната форма на зададената функция (дизюнктивна и конюнктивна) се нарича минимална, ако броят на буквите (членовете), които тя съдържа е не повече, отколкото във всяка друга нейна нормална форма.

Някои функции имат няколко минимални форми (наричат се частично минимални дизюнктивни нормални форми (ЧМДНФ)), от които за решение се избира тази, която има най-малка *дължина*. Избраната е абсолютно минимална дизюнктивна нормална форма (АМДНФ).

Броят на елементарните конюнкции или дизюнкции, които образуват ДНФ или КНФ се наричат *дължина на ДНФ* или на *КНФ*.

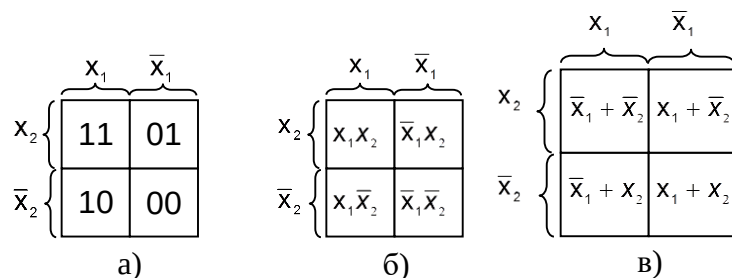
5.6.1. Графичен метод с карти на Вейч

Методите с използване на минимизационни карти са *графични*. За получаването на тези карти се изхожда от графичното представяне на Булевите функции. За всеки набор на функция на n променливи се съпоставя един n -мерен вектор, който определя точка от n -мерното логическо пространство. Съвкупността от всички вектори определят един n -мерен куб (фиг. 5.2). Този n -мерен куб може да се развие, в резултат на което ще се получи равнинна фигура (вж. 5.2. Задаване на логическите функции), получила наименованието *карта (диаграма)*.

Методът с карти на Вейч е характерен с изключителната си простота и нагледност. Позволява бърза и лека минимизация на логически функции с брой на аргументите не повече от 8 ($n \leq 8$), поради което има извънредно важно значение за практиката при решаването на инженерни задачи.

Основен е (както и методът на Куайн) на сравнението на *съседни* минтерми (конституенти на единицата, минчленове) от СДНФ и изключване на аргументите, които ги разделят. Всяка клетка от картата съответства на член от СДНФ на функцията, съдържащ две променливи (букви), ако се има предвид разглежданата карта за функция на две променливи от фиг. 5.24.

Картата на Вейч представлява малко необичайна таблица на зададената логическа функция (таблица 5.9). Разположението на клетките (квадратите) в тази таблица, позволява леко да се определят помежду си членове (фиг. 5.24).



Фиг. 5.24. Карти на Вейч за логически функции на две променливи

Таблица 5.9. Карта за функция на 2-а аргумента

x_1	x_2	$f(x_1, x_2)$	$x_1 = 1$	$x_1 = 0$	$x_2 \setminus x_1$	1	0
0	0	1	1	0	1	1	0
0	1	0	1	0	0	1	0
1	0	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	0	1	1

Както се вижда от таблица 5.9, на всеки един от множеството от 2^n набори от стойности на променливите, съответства една клетка (квадрат) от картата на Вейч. Ако за дадения набор от променливи функцията има стойност „1”, то в съответстващата на разглеждания набор клетка от картата се записва „1”. Клетките съответстващи на набори, за които функцията е равна на „0” или се запълват с нули („0”) или се оставят празни (подразбирайки се нули). Всяка от променливите разделя картата на Вейч на две – половина x и половина $\bar{x}$. Половината от квадрата съответстваща на неинверсните променливи (x_1, x_2) е отбелязана с фигурна скоба, до която се записва съответната променлива. По същия начин се отбелязва и половината от квадрата, съответстваща на инверсните променливи $(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$. При брой на променливите n се получават $2n$ на брой зони (по една за всяка променлива и нейната инверсия). При пресичането на тези зони се получават 2^n квадрата, всеки един от тях съответства на набор от променливи на функцията.

Минимизацията се основава на слепване на променливи, въз основа на закона за слепване (теорема 8, таблица 5.7).

Пример 3. Да се минимизира с карта на Вейч функцията на две променливи $f(x_1, x_2)$.

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{c}
 \begin{array}{cc}
 \overbrace{x_1 \quad \bar{x}_1} & \\
 \begin{array}{c} x_2 \\ \bar{x}_2 \end{array} \left\{ \begin{array}{cc}
 x_1 x_2 & \bar{x}_1 x_2 \\
 x_1 \bar{x}_2 & \bar{x}_1 \bar{x}_2
 \end{array} \right. & f(x_1, x_2)
 \end{array}
 \end{array}
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 f(x_1, x_2) = \bar{x}_1 \bar{x}_2 \vee x_1 \bar{x}_2 \vee x_1 x_2 = \bar{x}_2 \vee x_1, \\
 \text{тъй като} \\
 \bar{x}_1 \bar{x}_2 \vee x_1 \bar{x}_2 = \bar{x}_2 (\bar{x}_1 \vee x_1) = \bar{x}_2 \\
 \text{и} \\
 x_1 x_2 \vee x_1 \bar{x}_2 = x_1 (x_2 \vee \bar{x}_2) = x_1.
 \end{array}
 \end{array}$$

В следващата карта, вместо набори, за които функцията има стойност 1-ца, в съответните им квадрати от картата са нанесени 1-ци и са отбелязани възможните слепвания.

	x_1	$\bar{x}_1$	
x_2	1		$f(x_1, x_2)$
$\bar{x}_2$	1	1	

За резултат се записва този, който съответства на общата област, оградена от слепващите се единици. Ако областите са повече от една, представящите ги аргументи се свързват със знак за дизюнкция:

$$f(x_1, x_2) = x_1 \vee \bar{x}_2$$

При минимизация функцията се задава в картата чрез 1-ците (0-лите). Обхождат се всички 1-ци (респективно 0-ли, ако минимизацията се извършва по нулите) от картата, като се анализират и отбелязват с крива затворена линия само онези 1-ци (0-ли), които са съседни, т.е. заемат квадрати от картата разположени в ред или в стълб. *Не могат да се слепват 1-ци (0-ли) по диагонал в картата.*

Следват примери за минимизация на логически функции с карти на Вейч.

Карта на Вейч за логическа функция на две променливи

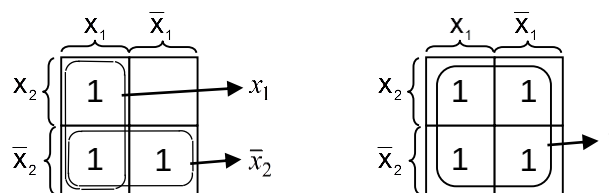
На фиг. 5.25 е представена карта на Вейч за логически функции на две променливи. На фиг. 5.25 б) с червена стрелка (Правило на стрелките) е показана посоката за разполагане номерата на съответните набори. Прилага се с цел улесняване нанасянето на единиците (нулите) в съответстващите им квадрати от картата при минимизация на функции.

	x_1	$\bar{x}_1$		x_1	$\bar{x}_1$		x_1	$\bar{x}_1$		x_1	$\bar{x}_1$		$\bar{x}_1$
x_2	11	01	x_2	3	1	x_2	$x_1 x_2$	$\bar{x}_1 x_2$	x_2	$\bar{x}_1 + \bar{x}_2$	$x_1 + \bar{x}_2$	x_2	$\bar{x}_1 + \bar{x}_2$
$\bar{x}_2$	10	00		$\bar{x}_2$	2		0	$\bar{x}_2$		$x_1 \bar{x}_2$	$\bar{x}_1 \bar{x}_2$		$\bar{x}_1 + x_2$
	а)			б)			в) за ДНФ				г) за КНФ		

Фиг. 5.10. Карти на Вейч за логически функции на две променливи

Минимизацията се основава на слепване на променливи от съседни квадрати (клетки). Могат да бъдат слепени всяка двойка съседни клетки, всеки четири съседни клетки. В картата се нанасят значенията на функцията (единиците и нулите, само единиците или само нулите), съответстващи на наборите от променливи.

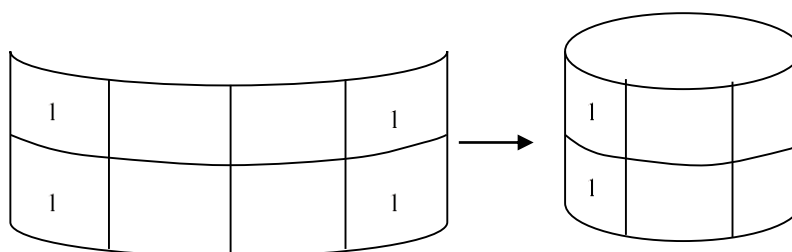
Правила: слепват се две съседни единици (нули) по ред или по стълб; слепват се четири единици (нули), образуващи „каре”, заемащи всички квадрати от картата.



Фиг. 5.11. Правила за слепване на съседни единици в карта на Вейч за логически функции две променливи

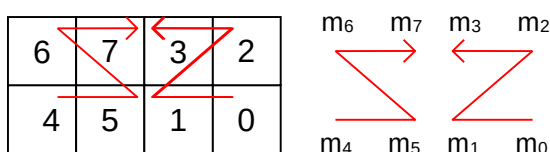
Карта на Вейч за логическа функция на три променливи

Карти на Вейч за логически функции на три и повече променливи могат да бъдат огънати във вид на цилиндър, при което единиците (нулите) заемащи крайните стълбове или редове се явяват в съседство и следователно те също могат да бъдат слепени, тъй като при съединението на двете страни на картата те образуват обща зона. Тя принадлежи на една и съща променлива (фиг. 5.12).



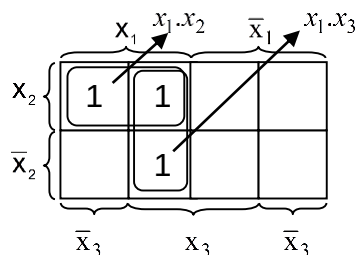
Фиг. 5.12. Представяне карта на Вейч за логически функции на три променливи, огъната във вид на цилиндър

На фиг. 5.13 е показано правилото на стрелките за карта на Вейч за логически функции на три променливи. То гласи: правят се две стрелки, така че да се събират в центъра на картата; в началото се поставя нулевия минтерм m_0 .

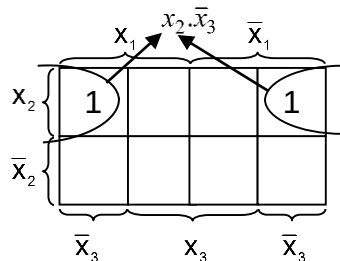


Фиг. 5.13. Правило на стрелките за карта на Вейч за логически функции на три променливи

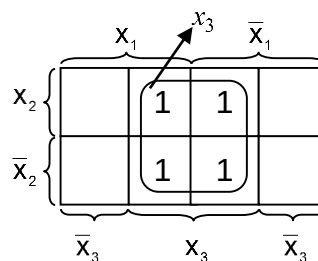
Правила: слепват се две съседни единици (нули) по ред или по стълб (фиг. 5.14); слепват се срещуположни по ред единици (нули), разположени симетрично спрямо централната вертикална линия на картата (фиг. 5.15 а); слепват се четири единици (нули), образуващи „каре“ (фиг. 5.15 б), слепват се четири единици (нули), заемащи цял ред (фиг. 5.15 в); слепват се две по две срещуположни по стълб единици (нули), разположени симетрично спрямо централната вертикална линия на картата (фиг. 5.15 в); слепват се осем единици, които заемат всички квадрати от картата (фиг. 5.15 г).



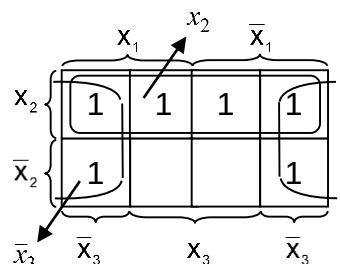
Фиг. 5.14. Резултат от слепване по ред и стълб: $x_1 \cdot x_2 \vee x_1 \cdot x_3$



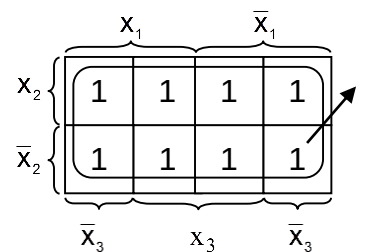
а)



б)



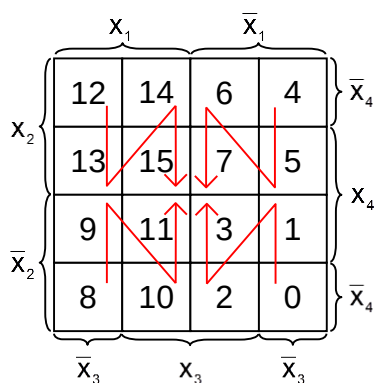
в)



г)

Фиг. 5.15. Резултати от слепвания: а) $x_2 \cdot \bar{x}_3$; б) x_3 ; в) $x_2 \vee \bar{x}_3$; г) 1

Карта на Вейч за логическа функция на четири променливи



Фиг. 5.16. Правило на стрелките и номериране на квадратите на карта на Вейч за логически функции на четири променливи

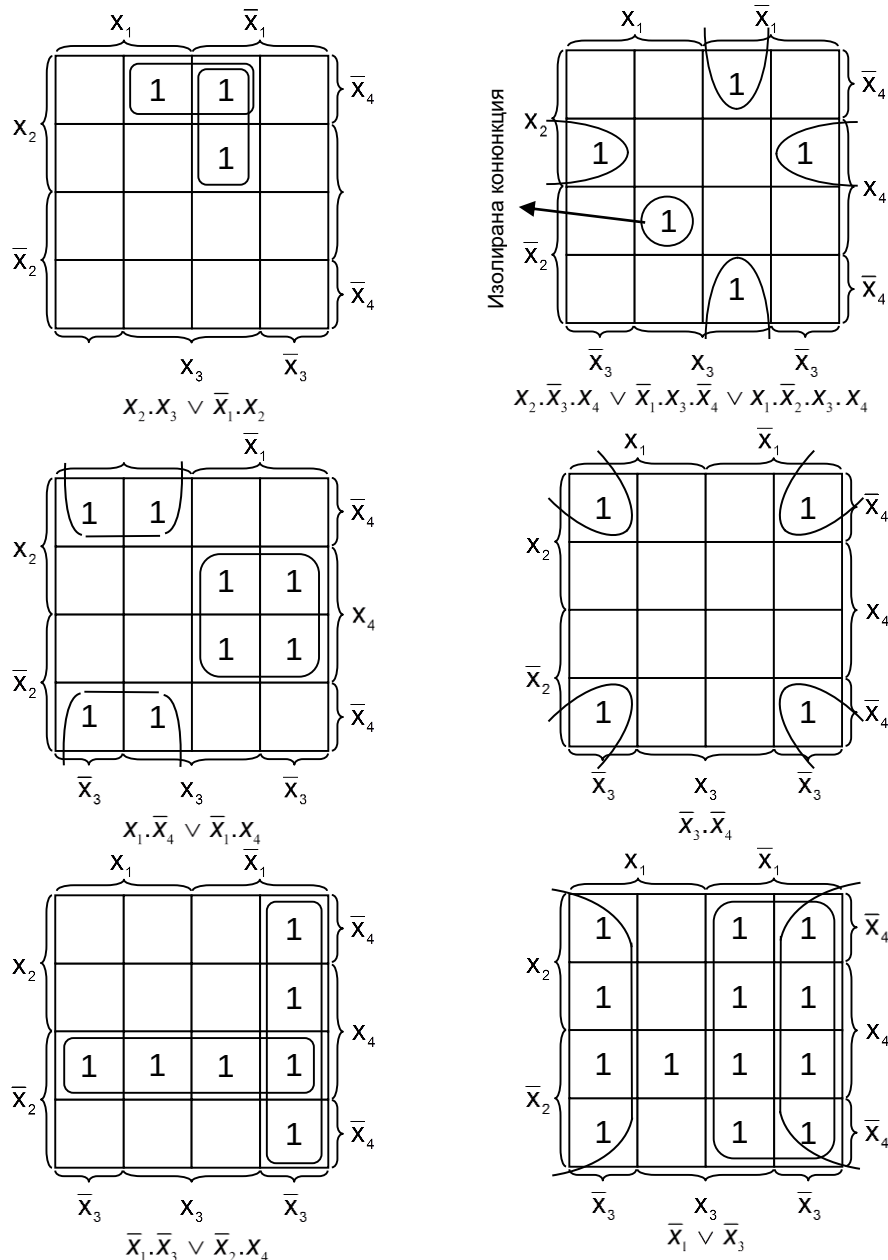
При четири променливи ($n = 4$), броят на наборите е шестнадесет ($2^4 = 16$). Картата на Вейч за логическа функция на четири променливи има 16 квадрата, като всеки квадрат съответства на един набор от променливите. Номерирането на квадратите на карта на Вейч за логическа функция на четири променливи и правилото на стрелките е показано на фиг. 5.16.

Правила (фиг. 5.16): слепват се две съседни единици (нули) по ред или по стълб; слепват се срещуположни по ред или по стълб единици (нули), разположени симетрично спрямо централната вертикална или хоризонтална линия на картата; слепват се четири единици (нули), образуващи „каре“, слепват се четири единици (нули), заемащи цял ред или цял стълб; слепват се две по две

срещуположни по ред или по стълб единици (нули), разположени симетрично спрямо централната вертикална или хоризонтална линия на картата; слепват се четири единици, които заемат краищата на картата; слепват се осем единици (нули) запълващи два съседни или срещуположни реда или стълбове; слепват се единици (нули), които заемат всички квадрати от картата.

Карта на Вейч за логическа функция на пет променливи

Карта на Вейч за логическа функция на пет променливи се получава при съединяване на две карти за четири променливи. При пет променливи ($n = 5$), броят на наборите е тридесет и два ($2^5 = 32$). Картата на Вейч за логическа функция на пет променливи има 32 квадрата, като всеки квадрат съответства на един набор от променливите. За всяка половина по отделно важат правилата за работа с карта на Вейч за логическа функция на четири променливи. Ако има единици (нули), разположени и в двете половини, важи правилото за съответствие. Могат да се слепват единици (нули) от двете половини, ако заемат съответни места в тях.



Фиг. 5.17. Правила за слепване на единици (нули) в карта на Вейч за четири променливи

Работа с картите на Вейч

За намиране пълно покритие на картата, в която графично е представена за минимизация логическа функция се прави следното:

1. Функцията се нанася в съответната карта на Вейч,
2. За изходно начало функцията може да бъде в СДНФ или в друга нормална форма, което е предимство пред метода на Куайн (Мак Класки),
3. Обхождат се и се анализират всички единици (нули) от картата. Най-напред се слепват единиците (нулите), които „нямат избор”, т.е. не се слепват или се слепват по единствено възможен начин. Те

съответстват на задължителните елементарни произведения - съществено простите импликанти на функцията,

4. Останалите единици (нули) се покриват евристично с най-малко на брой, най-големи фигури - ред, стълб, каре и т.н.,

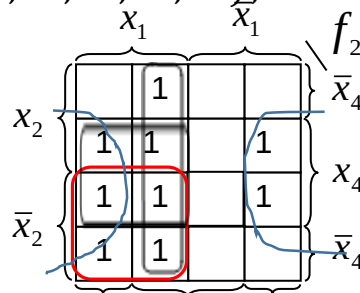
5. Единици (нули), които вече са участвали в слепване, могат да участват и в нова група слепващи се единици (нули), стига в тях да има само нови елементи,

6. Ако дадена функция има няколко минимални форми, написват се всички и накрая за решение се избира тази, която е най-удобна за работа, като се имат предвид и останалите условия в задачата,

7. Една фигура от картата се описва чрез онези променливи, в чиито зони се намира изцяло тя. Ако фигурата съдържа 2^k квадрата, тя се описва с $n-k$ променливи, т.е. в съответния И-член отсъстват k на брой променливи. По такъв начин е допустимо да се слепват 2, 4, 8, 16 и т.н. квадрата, при което се изключват 1, 2, 3, 4 и т.н. променливи.

Пример: Да се минимизира следната функция

$F_2 = \sum m_i(1, 5, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 15), n = 4$ (Съкратена m_i форма)



Резултат: $F_2 = x_1x_3 + \bar{x}_3\bar{x}_4 + x_1\bar{x}_2\bar{x}_3$

6. Премаване от логическа функция към комбинационна логическа схема (КЛС). Синтез на многоизходни КЛС

6.1. Премаване от логическа функция към комбинационна логическа схема (КЛС)

КЛС е съвкупност от логически елементи, свързани помежду си по подходящ начин за реализиране на зададената функция.

Построението (синтезът) на КЛС се състои от два етапа. На *първия* се съставят изрази от вида (6.1):

$$\begin{aligned} f_1 &= f_1(x_1, x_2, \dots, x_n); \\ f_2 &= f_2(x_1, x_2, \dots, x_n); \\ &\dots \\ f_m &= f_m(x_1, x_2, \dots, x_n). \end{aligned} \quad (6.1)$$

адекватно отразяващи физическото описание на работата на бъдещото устройство. Физическото описание включва формулировката на основните технически изисквания на схемата. По него се получава съответно математическото описание на базата на основните закони на алгебрата на логиката, при което се получават съответните функционални зависимости. На *втория* етап изразите (6.1) се реализират с комбинационна схема, за построяването на която се използва функционално пълна система (ФПС) от логически елементи.

Двата етапа на построение на КЛС се наричат още *абстрактен* и *структурен* съответно. Изразите от вида (6.1) се съставят на етапа на абстрактния синтез, а етапът на структурен синтез на КЛС завършва със съставяне на структурната схема на проектираното цифрово устройство. Фактически тук се осъществява схемна интерпретация на намерената минимална форма на Булевата функция. Осъществява се преминаване от функция към схема.

Сложните логически схеми се строят чрез свързване входовете и изходите на логически елементи от състава на функционално пълния набор от логически елементи. Структурната схема се определя от вида на минималната форма на реализируемата Булева функция.

Съществува твърде голямо разнообразие от логически елементи. Те се различават по физическите процеси и явления залегнали в основата на работата им, по характера на преобразуването на информацията и начините на представянето ѝ. На тях обаче е присъщо общо свойство – използват двоично кодиране на информацията.

По такъв начин в най-обща форма работата на всяка логическа схема се представя по следния начин. Входната информация постъпва на входовете на схемата във вид на думи, представляващи комбинации от нули и единици (двоична входна азбука). В зависимост от зададения

азбучен оператор (в зависимост от типа и назначението на схемата) входните думи определят възникването на изходни думи (комбинация от нули и единици) на изходите на схемата.

Структурата на логическите схеми може да се опише с т. нар. *матрица на връзките*. Тя представлява квадратна матрица, чиито редове и стълбове са озаглавени с номерата на логически елемент. В пресечната позиция на i -тия ред с j -тия стълб се записва „1”, ако изходът на озаглавяващия i -тия ред елемент е свързан с вход на озаглавяващия j -тия стълб елемент.

Броят на единиците в i -тия ред показва колко елемента са свързани като товари към елемента, озаглавяващ i -тия ред.

Броят на единиците в j -тия стълб показва колко входа, свързани към елементи от схемата, има озаглавяващия стълб.

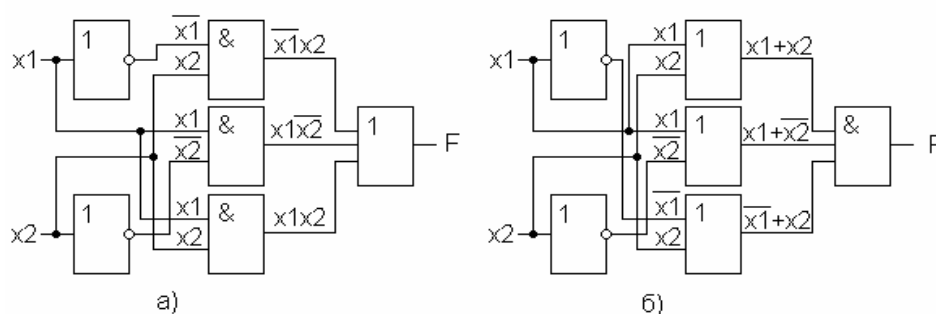
Всяка Булева функция може да се представи или във вид на таблица на истинност или във вид на алгебрично уравнение. В алгебрична форма функцията е удобно да се преобразува, например, с цел нейната минимизация за получаване на най-простата ѝ форма.

При преход от таблица към алгебричен запис винаги се получава СДНФ или СКНФ. Понякога тази процедура се нарича съставяне на структурна формула по единиците или по нулите. Процедурата за построяване на схемата по зададено уравнение е достатъчно проста. Схемата се построява в същия ред, както се оценява функцията. Необходимо е да се отчита приоритетът на операциите: отрицание, умножение (конюнкция), събиране (дизюнкция). Схемата трябва да има толкова входа, колкото са аргументите на функцията и един изход съответстващ на самата функция. На входовете се подават сигнали, съответстващи на аргументите. Ако освен аргументи, в уравнението има и аргументи с отрицание, за получаването им в схемата се използват елементи НЕ. За умножение се използват елементи И, а за събиране - ИЛИ.

Схемите на фиг. 6.1, а) и б) са построени въз основа на уравнения:

$$F(x_1, x_2) = \bar{x}_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot \bar{x}_2 + x_1 \cdot x_2; \quad (6.2)$$

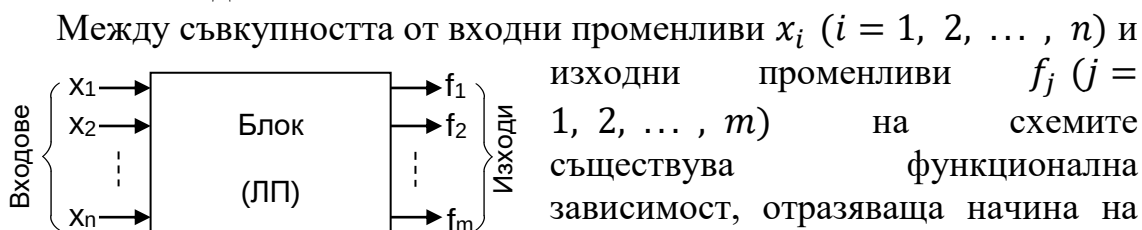
$$F(x_1, x_2) = (x_1 + x_2)(x_1 + \bar{x}_2)(\bar{x}_1 + x_2). \quad (6.3)$$



Фиг. 6.1. Схеми построени по уравнения 6.2 (а) и 6.3 (б)

6.2. Синтез на многоизходни КЛС

До тук разгледаните проблеми третират въпросите за построяване на КЛС с един изход. При тях връзката между входните и изходните сигнали се изразява с една логическа функция. Ще разгледаме КЛС с много изходи - представена като многополюсник с n входа и m изхода. Логически схеми с повече от един изход (фиг. 6.2) се описват от система логически функции. Системата се състои от толкова функции, колкото изхода има схемата.



Фиг. 6.2. Схема на представяне на блока във вид на многополюсник с n входа и m изхода

Функционалната зависимост се представя в общия случай с помощта на система от функции, която има

вида (6.4).

$$\begin{aligned} f_1 &= f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ f_2 &= f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ &\dots \\ f_m &= f_m(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{aligned} \quad (6.4)$$

Връзката между сигнала на всеки изход f_j и съвкупността от входни сигнали ($x_1, x_1, \dots, x_n$) при многоизходни структури ще се определи със система от логически функции, която в общия случай има вида (6.4). С други думи, логическа структура на m -изходни схеми ще се опише със съвкупност от m логически схеми от n аргумента. Разбира се, че тези логически функции *не са еквивалентни помежду си*, защото в противен случай изходите им биха могли да се обединят.

В общия случай всяка логическа функция зависи от различен брой променливи, но разглеждайки променливите, от които дадена функция не зависи, като несъществени променливи, винаги може да се счита, че всяка функция от системата зависи от всички входни променливи на схемата. Оттук и задаването на системата функции може да се осъществи по всеки един от разгледаните до сега начини, като за всеки набор на входните променливи на схемата, се записват стойностите на всяка функция на системата.

Един от възможните начини за решаване на многоизходни задачи е да се извърши поотделно минимизиране на всички логически функции. В този случай многоизходната схема ще се състои от m изолирани една

от друга еднородни схеми, всяка от които сама по себе си е минимална (оптимална).

Задачата за построяване на схеми от този вид се свежда не само до минимизирането на всяка от съставлящите системата функции, колкото до преобразуването им по такъв начин, че заедно с минимизирането на функциите да се предостави възможност за определяне на еднакви части. Тези еднакви части могат да бъдат реализирани с общи логически елементи, което води до съществено опростяване на схемите с много изходи.

По този начин се получава оптимална комбинационна логическа схема с n входа и m изхода.

Някои от методите за синтез на многоизходни комбинационни схеми са следните:

- Синтез чрез използване на общи членове;
- Систематичен метод за синтез;
- Синтез чрез използване на базова функция;
- Синтез чрез използване на обща подфункция.

Синтез чрез използване на общи членове

Задачата за най-проста реализация на логическа схема описвана от система функции се различава в някои характерни детайли от описваните дотук решения на тази задача за една единствена функция.

Преди всичко възможно е в минималните И-ИЛИ форми на няколко функции от системата да се среща един и същи миничлен. В съответната схема на този миничлен ще съответства единствен логически елемент, чийто изход ще бъде използван многократно. По-нататък, като се има предвид тази възможност, в процеса на преобразуване на логическите функции от системата трябва да има стремеж да се получават повече такива И-членове, които при това принадлежат на повече функции от системата.

Синтез чрез използване на базова функция

Основната идея е използването на една или няколко функции от системата като независими променливи при опростяването и реализацията на останалите. Такива функции се наричат *базови*. Като базови се избират онези функции, които се реализират най-просто.

Например, ако е зададена система от три логически функции на четири променливи. Разглежда се системата и след представянето и анализирането на всички функции се стига до извода, че функцията f_2 е най-проста. Функцията f_2 се избира за базова. Тогава системата се представя по следния начин:

$$f_2 = f_2(x_1, x_2, x_3, x_4);$$

$$f_1 = f_1(f_2, x_1, x_2, x_3, x_4);$$

$$f_3 = f_3(f_2, x_1, x_2, x_3, x_4),$$

т.е. f_1 и f_3 стават функции на пет променливи.

Тъй като техните стойности са дефинирани само за 16 набора, за останалите набори те ще имат неопределени стойности (*).

Преобразуването може да се осъществи най-лесно, ако базовата функция f_2 се представи за първа (най-старша). В така съставената таблица на истинност за f_1 и f_3 са предвидени номерата на техните единични и нулеви набори, за петте променливи f_2, x_1, x_2, x_3, x_4 . Функциите f_1 и f_3 са дефинирани само за 16 набора. Набори, чиито номера не фигурират в тази таблица са неопределени за f_1 и f_3 . Базовата функция f_2 се минимизира самостоятелно, а f_1 и f_3 съвместно с f_2 . Реализацията на f_1 и f_3 е 4 стъпална, докато във всички случаи досега оставаше двустъпална.

Използването на базова функция винаги води до повишаване на нейната стъпалност. Този метод може да доведе в някои случаи до значително опростяване на схемата.

7. Стандартни комбинационни логически схеми

7.1. Въведение

В изчислителната техника се използват два класа схеми: комбинационни и последователностни. Отличителна особеност на комбинационните схеми е наличието на функционална зависимост между входните и изходните сигнали. При комбинационна логическа схема състоянието на изхода зависи само от състоянието на входа в даден момент от време. За комбинационните логически схеми може да се каже, че те не зависят от параметъра време. За разлика от последователностните, комбинационните схеми не съдържат в структурата си елементи памет (запомнящи елементи).

Определение

Комбинационна логическа схема е съвкупност от логически елементи без памет, свързани помежду си по определен начин за реализиране на зададената логическа функция/система логически функции.

При синтеза на комбинационни схеми е целесъобразно да се спазва следната последователност:

а) логическото утвърждаване на дадения проблем се изразява с комбинационна (истинна) таблица с всички възможни комбинации на входните променливи и с необходимите изходи за всяка входна комбинация от двоични променливи;

б) с помощта на карти на Вейч, карти на Карно или други методи се определят минимизирани изрази на резултативните логически функции;

в) в съответствие с предполагаемите за използване схеми, алгебричните изрази се преобразуват в логическа схема.

Такъв систематичен процес обезпечава правилна функция на резултативните логически схеми, защото се разглеждат всички възможни комбинации, а резултативните схеми са оптимални, тъй като в процеса на решаване се изключват ненужните комбинации, които на пръв поглед могат да се окажат необходими.

7.2. Дешифратори

Дешифраторът (нарича се още декодер, decoder) е комбинационна логическа схема, която в общия случай има n входа и 2^n изхода. Дешифраторите преобразуват кодираните входни сигнали в кодирани изходни сигнали, като при това входните и изходните кодове са различни. Входният код обикновено има брой на разрядите по-малък от този на изходния код. Между входните и изходните кодови думи има взаимно-еднозначно съответствие. При взаимно-еднозначното

съответствие (one-to-one mapping) всяка входна кодова дума поражда различаваща се от другите, изходна кодова дума.

В повечето от случаите ролята на входен код се изпълнява от n - разряден двоичен код, където n - разрядното двоично число представлява една от 2^n различно кодираните величини. Обикновено това са цели числа от 0 до $2^n - 1$.

В болшинството от случаите, ролята на изходен код играе m - разрядният код „1 от m “, при който във всеки момент от времето е различен от „0“ само един бит. Този m - разряден код „1 от m “ се нарича още унитарен код. По такъв начин в кода „1 от 4“ с високо активно ниво на сигнала на изходите, кодовите думи ще имат следния вид: 0001, 0010, 0100 и 1000. При ниско активно ниво на сигнала на изходите, кодовите думи ще имат вида: 1110, 1101, 1011 и 0111.

Дешифраторите широко се използват в цифровите устройства най-често за преобразуване на постъпващия на входа им двоичен код в унитарен. Изходите на дешифратора се използват за определяне на n - разрядни двоични числа, като за всяка комбинация на входното n - разрядно число, активен сигнал „1” или „0” се получава само в един от изходите.

Схемата на дешифратора има n входа, на които постъпват съответстващите разряди на двоичния код $x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n$ и m изходи, на които се формират разрядите на унитарния код $y_0, y_1, \dots, y_{2^n-1}$. При това дешифраторът реализира m функции от вида (7.1), които съответствуват на преобразуването на двоичния код в прав (с високо активно изходно ниво) унитарен код:

[illegible]

В логическите уравнения (7.1), с които се описва действието на дешифратора, изходният сигнал y_i в i - тия изход представлява конституента на единицата от входните променливи.

Например, при три входни променливи логическите уравнения на дешифратора са:

$$\begin{aligned} y_0 &= \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3, & y_4 &= x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3, \\ y_1 &= \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3, & y_5 &= x_1 \bar{x}_2 x_3, \\ y_2 &= \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3, & y_6 &= x_1 x_2 \bar{x}_3, \\ y_3 &= \bar{x}_1 x_2 x_3, & y_7 &= x_1 x_2 x_3. \end{aligned} \tag{7.2}$$

На системата логически уравнения (7.2) съответства таблицата на истинност (таблица 7.1).

Таблица 7.1. Таблица на истинност на триразряден дешифратор

x_1	x_2	x_3	y_0	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1

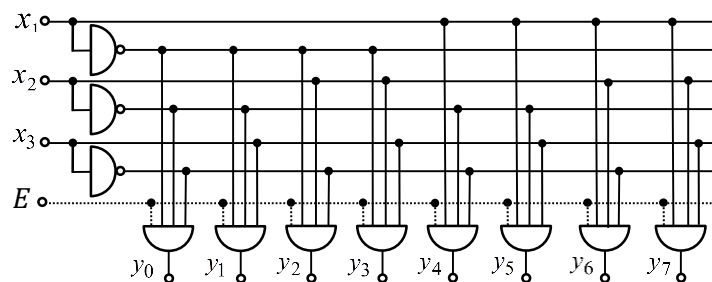
От таблица 7.1 се вижда, че сигнал „1” съществува само в един от изходите при съответен набор на входните променливи (унитарен код).

От уравненията (7.1) следва, че дешифраторите могат да се осъществяват с 2^n логически елемента И, като всеки логически елемент има по n входа. Такива дешифратори се наричат *линейни (едностъпални)*. Например триразрядният дешифратор, чието действие се описва с уравненията (7.2), се изпълнява от осем тривходови логически елемента И (фиг. 7.1). На входовете на логическите елементи се подават правите и инверсните значения на входните сигнали. Този вид дешифратори са най-бързи, защото сигналът от входа към изхода се разпространява само през едно стъпало. Обикновено такива дешифратори се използват до 4-5 входни променливи.

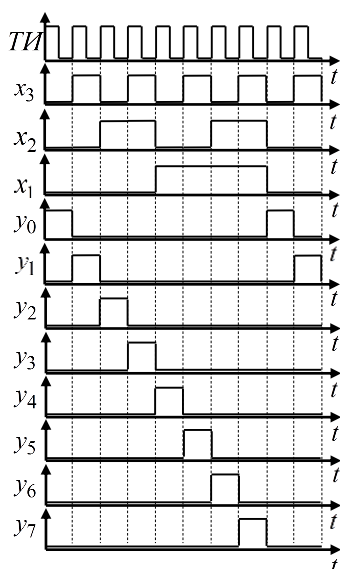
Ако за изходните логически елементи (ЛЕ) се използват схеми И-НЕ вместо И, се променят активните нива на изходите – те стават „0”. Към изходните елементи може да бъде свързан и допълнителен сигнал (както е показано с прекъснатата линия). Този сигнал E (Enable - Разрешение) с активното си ниво разрешава работата на дешифратора. При липса на сигнал, всички изходи на дешифратора са дезактивирани (фиг. 7.1).

На фиг. 7.2 са показани времедиаграмите за работата на пълен триразряден дешифратор.

Линейните дешифратори имат два недостатъка: необходимост от n - входен логически елемент (ТТЛ интегралните ЛЕ се произвеждат най-много с осем входа) и голям коефициент на натоварване на изходите, от които се получават входните сигнали. Всеки един изход на ЛЕ, от който се получават входните сигнали, трябва да има коефициент на изходно натоварване, равен на половината от общия брой на изходите на дешифратора. При пълните дешифратори (дешифратори, които имат всичките 2^n изхода) коефициентът на натоварване е $N_y = 0,5 \cdot 2^n = 2^{n-1}$ (N_y се получава като се раздели допустимият изходен ток на елемента с входния ток на елемента от същата серия).



Фиг. 7.1. Линеен дешифратор с ЛЕ



Фиг. 7.2. Времедиаграми
на пълен триразряден
дешифратор

Този недостатък се отстранява, ако се използват общи ЛЕ за формиране на частични конюнкции. Един от начините е, ако дешифраторът се изгради като пирамидален. Пирамидалните дешифратори се изпълняват с двуходови ЛЕ „И” на базата на двуразреден дешифратор. С увеличаване на разредите за всеки разред се добавя ново стъпало, от което схемата е получила названието си, пирамидална.

В общия случай с логическите уравнения (7.3) се описва действието на n разряден пирамидален дешифратор.

[illegible]

Уравненията (7.2) на триразрядния дешифратор могат да се представят например във вида (6.8), като се цели да се използват общи логически елементи за формиране на частичните конюнкции (в скоби).

$$\begin{aligned} y_0 &= \bar{x}_1(\bar{x}_2\bar{x}_3), & y_4 &= x_1(\bar{x}_2\bar{x}_3), \\ y_1 &= \bar{x}_1(\bar{x}_2x_3), & y_5 &= x_1(\bar{x}_2x_3), \\ y_2 &= \bar{x}_1(x_2\bar{x}_3), & y_6 &= x_1(x_2\bar{x}_3), \\ y_3 &= \bar{x}_1(x_2x_3), & y_7 &= x_1(x_2x_3). \end{aligned} \tag{7.4}$$

Освен пълните, се използват и непълни дешифратори. Те се изпълняват, когато трябва да се дешифрират само част от наборите на входните променливи. Броят на изходите при непълните дешифратори е по-малък от 2^n . В частност могат да имат само един изход.

В структурно отношение чрез използване на различни скобови форми се различават още *двустъпални*, *многостъпални* и *каскадни дешифратори*.

При двустъпалните дешифратори общия брой на променливите се разделя на две ($\frac{n}{2}$ при n четно и $\frac{n+1}{2}$, когато n е нечетно число). С всяка половина от променливи се изгражда едностъпален дешифратор и след това изходите им се свързват във вид на матрица. Поради това се наричат още и матрични дешифратори. Изходите на двата дешифратора са свързани във вид на матрица. Във всяка точка получена от пресичането на i -я ред и j -я стълб на матрицата е включен двувходов ЛЕ „И“, изходът на който е един от изходите на дешифратора.

При по-голям брой променливи отделните подстъпала се разбиват на други подстъпала. Така се образуват многостъпалните дешифратори.

Различават се още дешифратори с прави изходи, при които входните набори се дешифрират (както е показано и по-горе) със сигнал 1-ца на съответните изходи, и с инверсни изходи, при които входните набори се дешифрират със сигнал 0 на съответните изходи. На останалите изходи сигналът е 0 (в първия случай) или 1-ца (за втория случай).

7.3. Шифратори

Като правило, изходният код на дешифратора има по-голям брой на разрядите отколкото входния му код. Ако кодът на изхода на устройството има по-малък брой разряди, отколкото входния му код, то това устройство обикновено се нарича шифратор (енкодер, encoder). Или шифраторът (нарича се още кодер, coder) представлява комбинационна логическа схема, реализираща преобразуването на постъпващия на входа му унитарен код в двоичен (съответстващ) код. Сигнал 1-ца постъпва само на един от входовете, а останалите са в състояние „0“.

7.3.1. Двоичен шифратор (binary encoder)

Най-прост от гледна точка на построяването му е *двоичният шифратор (binary encoder)* или шифратор $2^n \times n$. Това означава, че шифраторът, обратно на дешифратора като комбинационна логическа схема в общия случай има 2^n входа и n изхода.

Принцип на синтеза на шифратор

Както е показано на фиг. 7.3а), шифраторът реализира точно обратната функция по отношение на пълния дешифратор с код „1 от 2^n “ на входа и n -разряден двоичен код на изхода. Съотношенията на шифратора 8×3 с входни сигнали $x_0 - x_7$ и изходни сигнали $y_1 - y_3$ имат следния вид (7.5):

$$\begin{aligned} y_1 &= x_4 + x_5 + x_6 + x_7, \\ y_2 &= x_2 + x_3 + x_6 + x_7, \end{aligned} \quad (7.5)$$

$$y_3 = x_1 + x_3 + x_5 + x_7.$$

Те се получават от логическите уравнения (7.6), отразяващи зависимостта между входните и изходните променливи и описващи действието на шифратора:

$$\begin{aligned} x_0 &= \bar{y}_1 \bar{y}_2 \bar{y}_3, & x_4 &= y_1 \bar{y}_2 \bar{y}_3, \\ x_1 &= \bar{y}_1 \bar{y}_2 y_3, & x_5 &= y_1 \bar{y}_2 y_3, \\ x_2 &= \bar{y}_1 y_2 \bar{y}_3, & x_6 &= y_1 y_2 \bar{y}_3, \\ x_3 &= \bar{y}_1 y_2 y_3, & x_7 &= y_1 y_2 y_3. \end{aligned} \quad (7.6)$$

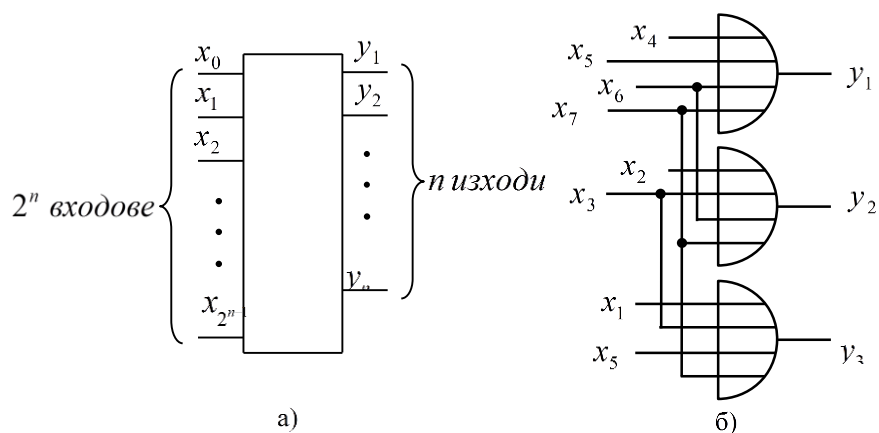
На системата логически уравнения (7.6) съответства таблицата на истинност - таблица 7.2.

От получените съотношения (7.5) се построява схемата на шифратора, показана на фиг. 7.3б).

Таблица 7.2. Таблица на истинност на шифратор 8x3

x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	y_1	y_2	y_3
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1
0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1
0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0
0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1

Както и дешифратора, шифраторът е схема с много изходи. При равен брой елементи на кода n , броят на Булевите функции в системата описващи работата на шифратора е по-малък отколкото за дешифратора, но самите функции са по-сложни.



Фиг. 7.3. Двоичен шифратор: а) общ вид; б) шифратор 8x3

Шифраторите се използват в цифровата техника за формиране на съответстващи кодови комбинации. Заедно с дешифраторите

(представляват частен случай на преобразувателите на кодове - преобразуват двоичен код в унитарен код) те позволяват да се реши задачата за преобразуване на един код в друг. Ако например е необходимо да се преобразува m - елементен код в n - елементен, то затова с помощта на дешифратор се преобразува m - елементна комбинация в сигнал логическа единица 1 на съответстващата шина и използвайки шифратор, от този сигнал се формира необходимият n - елементен код.

Следва обаче да се има предвид, че този път на решение на задачата за преобразуване на кодове не винаги е целесъобразен. Количеството на оборудване, което е необходимо при това, може да се окаже в редица случаи значително по-голямо отколкото изграждането на кодовия преобразувател като една (единна) сложна схема с много изходи. Ето защо по-често на практика се използва табличен подход за синтез на кодовите преобразуватели.

7.4. Кодови преобразуватели

7.4.1. Същност и определение

Схемите, предназначени за преобразуване на цифрова информация от десетична бройна система в двоична, обикновено се наричат шифриращи, а за обратно преобразуване – дешифриращи. Схемите, предназначени за преобразуване на различни кодове в двоична бройна система, се наричат преобразуватели на код или *кодови преобразуватели*. Дешифраторите и шифраторите представляват частен случай на преобразувателите на кодове.

Под преобразуване на кодове се разбира преобразуване на n - разрядни двоични числа, представляващи информация в един зададен код, в m - разрядни двоични числа, представляващи тази информация в друг код. Самият кодов преобразувател е комбинационна логическа схема, която преобразува даден входен двоичен код в друг, точно определен изходен код. При това броят на двоичните разряди на входния и изходния код може да не е еднакъв.

Двоично-десетичните-десетични преобразуватели са най-широко разпространени, тъй като цифровите устройства работят в двоичен или двоично-десетичен код, а цифровите резултати се извеждат на индикатори в десетичен код.

Кодовите преобразуватели могат да се синтезират върху основата на таблица, която дава съответствието между входния и изходния код. При това всеки разряд на изходния код се разглежда като логическа функция на променливите, чрез които се представя входния код. Ако във входния код има забранени (неработни, неизползвани, фиктивни) комбинации, те представляват неопределени набори за всички изходни

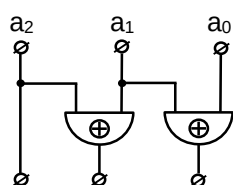
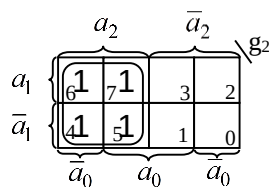
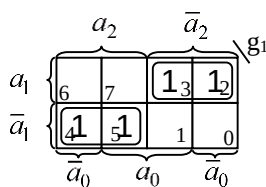
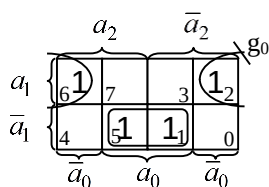
функции и се използват за допълнително опростяване на изразите за изходния код.

Пример. Да се синтезира кодов преобразувател за преобразуване на двоичен еквивалент (двоичен код 421) в цикличен код на Грей.

За синтеза на кодовия преобразувател ще бъде използван вторият подход - чрез таблица (таблица 7.3).

Таблица 7.3. Съответствие между двоичен код 421 и код на Грей

Десетично число	Двоичен код 421			Код на Грей		
	a_2	a_1	a_0	g_2	g_1	g_0
0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0	1
2	0	1	0	0	1	1
3	0	1	1	0	1	0
4	1	0	0	1	1	0
5	1	0	1	1	1	1
6	1	1	0	1	0	1
7	1	1	1	1	0	0



g_2 g_1 g_0

Фиг. 7.4. Кодов

преобразувател за

преобразуване на двоичен

код 421 в код на Грей

$$g_0 = \bar{a}_1 a_0 + a_1 \bar{a}_0 = a_1 \oplus a_0; \quad (7.7)$$

$$g_1 = \bar{a}_2 a_1 + a_2 \bar{a}_1 = a_2 \oplus a_1; \quad (7.8)$$

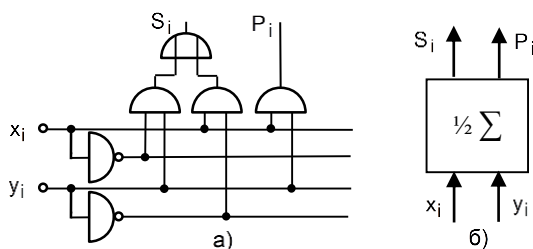
$$g_2 = a_2 \quad (7.9)$$

От намерените минимални форми на функциите g_0 (7.7), g_1 (7.8) и g_2 (7.9) се синтезира схемата на кодовия преобразувател (фиг. 7.4).

7.5. Комбинационни суматори

7.5.1. Основни правила

Събирането в двоична бройна система се явява най-важната аритметична операция, тъй като то лежи в основата и на другите аритметични операции: изваждане, умножение, деление. Аритметичната операция събиране, извършваща се с двоични числа е подобна на действието събиране с десетични числа. При сумиране на две двоични цифри 1 се получава 0 и възниква така нареченият пренос 1, което означава предаване на цифра 1 в близкия (съседен) по висш (по старши) разряд, където тя се сумира с намиращите се там цифри.



Фиг. 7.3. Полусуматор: а) схема в базис И-ИЛИ-НЕ; б) условно означение

Основни правила на аритметичната операция събиране за случая с две двоични цифри (две едноразрядни числа) са следните:

$$0+0=0 \text{ (сума) и } 0 \text{ (пренос в следващия по-старши разряд);} \quad (7.10)$$

$$0+1=1 \text{ (сума) и } 0 \text{ (пренос в следващия по-старши}$$

разряд); (7.11)

$$1+0=1 \text{ (сума) и } 0 \text{ (пренос в следващия по-старши разряд);} \quad (7.12)$$

$$1+1=0 \text{ (сума) и } 1 \text{ (пренос в следващия по-старши разряд).} \quad (7.13)$$

При събиране на три двоични цифри 1 се получава 1 и 1 пренос:

$$1+1+1=1 \text{ (сума) и } 1 \text{ (пренос в следващия по-старши разряд)} \quad (7.14)$$

7.5.2. Едноразрядни непълни суматори (полусуматори)

Едноразрядните непълни суматори представляват комбинационни схеми за реализиране на операцията събиране на двоични цифри. Ако схемата има два входа и два изхода и реализира правилата за сумиране на две едноразрядни двоични числа, $0+0=0$, $0+1=1$, $1+0=1$, $1+1=0$ и пренос 1 в старшия разряд, се нарича едноразряден непълен суматор (полусуматор).

Таблица 7.4.
Таблица на истинност на полусуматор

x_i	y_i	P_i	S_i
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

Таблица 6.5 е таблицата на истинност на полусуматора, от която се получават изходните логически функции S_i и P_i .

$$S_i = \bar{x}_i y_i + x_i \bar{y}_i = x_i \oplus y_i; \quad (7.15)$$

$$P_i = x_i y_i. \quad (7.16)$$

Функциите S_i (7.15) и P_i (7.16), са представени в канонична форма. Те са познати елементарни логически функции и не могат да се опростят допълнително. Означенията S_i и P_i са съответно *сума* и *пренос*, а x_i и y_i са едноименните разряди на двете двоични числа X и Y , които се сумират.

Въз основа на изрази (7.15) и (7.16) е синтезирана логическата схема на полусуматора (фиг. 7.3). Като недостатък на тази схема се счита невъзможността да се минимизира функцията за сумата S_i и изискването за наличие на входните променливи x_i и y_i в права и инверсна форма.

7.5.3. Едноразрядни пълни суматори

При събиране на многоразрядни числа към разрядите x_i и y_i се прибавя и преносът P_{i-1} , получен от сумирането на двата по-младши

разряда. Сумирането на три едноразрядни двоични числа се извършва по следния начин: $0+0+0=0$, $0+0+1=1$, $0+1+1=0$ и пренос 1 в старшия разряд, $1+1+1=1$ и пренос 1 в старшия разряд.

Комбинационна схема с три входа и два изхода реализираща тези правила се нарича едноразряден пълен суматор. Пълният суматор извършва сумиране на кодовете на три цифри, постъпващи на входовете му.

7.6. Цифрови компаратори (схеми за сравнение)

Функцията сравнение на двоична информация се използва за контрол и проверка. Сравнението се осъществява по пътя на формирането на три функции от блокове за сравнение, приемащи логическа „1” при изпълнение на съответно условие и логическа „0” в противен случай. Цифровите компаратори са комбинационни логически схеми, използващи се в цифрови изчислителни машини и в устройства на дискретната автоматика. Предназначени са за сравнение на две числа (думи) A и B , зададени в една от разновидностите на двоичния код. Резултатът от сравняването се регистрира със сигнал 1 на съответен изход за едно от трите възможни състояния: $A=B$, $A>B$ и $A<B$. Компаратори, които могат да регистрират и трите състояния, се наричат магнитудни компаратори (Magnitude Comparator). Определят се още и като универсални, тъй като дават три изходни сигнала: $F_1=1$, ако $A=B$; $F_2=1$, ако $A>B$; $F_3=1$, ако $A<B$.

Вторият тип са прости компаратори или схеми за равнозначност, даващи изходен сигнал $F=1$, ако $A=B$, т.е. при равенство на едноименните разряди на тези две числа (A и B).

Основни операции, изпълнявани от схемите за сравнение са определяне признака за равенство или неравенство на две сравнявани n -разрядни числа, при това в последния случай операцията сравнение може да се съпровожда с определяне знака за неравенство.

7.7. Мултиплексори

Мултиплексорът (multiplexer) е сложна комбинационна логическа схема, която има n управляващи (адресни) входове $x_1, \dots, x_n$, 2^n информационни входа $y_0, y_1, \dots, y_{2^n-1}$ и един изход z (фиг. 6.6а). Някои мултиплексори имат два изхода - прав и инверсен. При зададен набор m_i на управляващите променливи, изходът z е равен на стойността на променливата y_i от i -тия информационен вход. В противен случай, изходът z е инверсен на стойността на променливата y_i от i -тия информационен вход (при условие, че се използва инверсният изход на мултиплексора $\bar{z}$).

Действието на мултиплексора се описва със следното логическо уравнение (7.17а):

$$z = m_0 y_0 + m_1 y_1 + \dots + m_{2^n-1} y_{2^n-1}, \quad (7.17a)$$

или

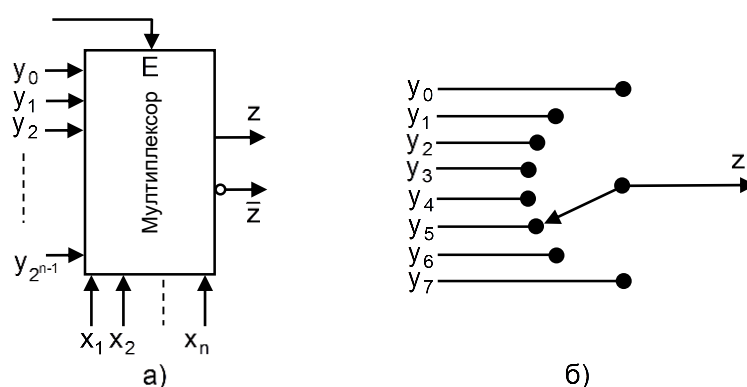
$$z = \overline{m_0 y_0 + m_1 y_1 + \dots + m_{2^n-1} y_{2^n-1}}. \quad (7.17б)$$

Ако се използва инверсният изход на мултиплексора, действието му се описва с уравнението (7.17б). В таблица 7.5 е представена таблицата на истинност за правия изход z на мултиплексор с 3 адресни (x_1, x_2, x_3) и 8 информационни входа (y_0 до y_7).

Таблица 7.5. Таблица на истинност на мултиплексор

x_1	x_2	x_3	z
0	0	0	y_0
0	0	1	y_1
0	1	0	y_2
0	1	1	y_3
1	0	0	y_4
1	0	1	y_5
1	1	0	y_6
1	1	1	y_7

На всеки информационен вход на мултиплексора се присвоява номер, наричан адрес. При подаване на сигнал за разрешение на вход Е (Enable, допълнителен вход, с който е умножена изходната функция z или $\bar{z}$), мултиплексорът избира един от входовете, адресът на който се задава в двоичен код на входовете за управление и го включва към изхода (фиг. 7.5б, при която входовете за управление $n=3$). При избора на информационна линия, мултиплексорът може да се счита за еднополюсен превключвател, избиращ например една от 2^{n-m_e} линии, както е показано на фиг. 7.5б. Следователно мултиплексорите представляват електронен еквивалент на многопозиционен превключвател. В типовите мултиплексори $n = 2, 3$ или 4 .



Фиг. 7.5. Мултиплексор: а) – структурна схема, общ вид; б) – избор на една от осемте линии с помощта на еднополюсен превключвател

С отчитане на влиянието на сигнала на вход Е, логическите уравнения, описващи действието на мултиплексора ще се представят по следният начин (7.18а и 7.18б):

$$z' = E \bigvee_{i=0}^{2^n-1} m_i y_i \quad (7.18a)$$

или

$$z' = E \bigvee_{i=0}^{2^n-1} m_i y_i . \quad (7.18б)$$

Мультиплексорите (MS или MUX) намират широко приложение за комутиране на цифрова информация и за разделяне на цифрови канали по време. С използването на мультиплексори може да стане преобразуване на информацията от паралелен в последователен код и реализиране на произволни логически функции.

7.8. Демултиплексори

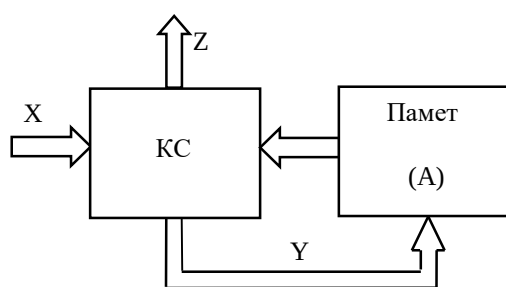
Демултиплексорът (demultiplexer) е комбинационна логическа схема изпълняваща преобразувания обратни на преобразуванията на мултиплексора и има единствен информационен вход y , n управляващи (адресни) входове $x_1, \dots, x_n$ и 2^n изходи $z_0, z_1, \dots, z_{2^n-1}$. При подаване на двоичен код на управляващите входове $x_1, \dots, x_n$, с десетичен еквивалент n , сигналът от вход y постъпва на изход z_n и само на този изход. Едновременно на всички останали изходи се установяват нулеви сигнали. Поведението на демултиплексора се описва със системата Булеви функции (7.19):

$$\begin{aligned} z_0 &= \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 y ; \\ z_1 &= \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 y ; \\ z_2 &= \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 y ; \\ z_3 &= \bar{x}_1 x_2 x_3 y ; \\ z_4 &= x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 y ; \\ z_5 &= x_1 \bar{x}_2 x_3 y ; \\ z_6 &= x_1 x_2 \bar{x}_3 y ; \\ z_7 &= x_1 x_2 x_3 y . \end{aligned} \quad (7.19)$$

8. Последователностни схеми

В изчислителната техника се използват два класа схеми: *комбинационни схеми* и *последователностни схеми (ПС)*. Отличителна особеност на комбинационните схеми е наличието на функционална зависимост между входните и изходните сигнали. При комбинационните логически схеми, състоянието на изходите еднозначно се определя от състоянието на входовете в даден момент и не зависи от предишното състояние на входовете. При отсъствие на входни сигнали, изходните сигнали също отсъстват, тъй като такива схеми нямат памет. За комбинационните логически схеми може да се каже, че те не зависят от параметъра време (ако се пренебрегне закъснението на сигналите в реалните логически елементи). За разлика от комбинационните, действието на втория клас схеми съществено зависи от параметъра време. При тях състоянието на схемата зависи не само от входните набори, но и от състоянието на схемата в предишните моменти от времето. Тези схеми съдържат запомнящи елементи (елементи памет), които съхраняват състоянието на схемата и се наричат *логически схеми с памет*. Докато реакцията на една комбинационна схема не зависи от реда, в който ще постъпват наборите на входовете ѝ, реакцията на една логическа схема с памет съществено зависи от последователността на подаване на входните набори. Затова логическите схеми с памет се наричат още *последователностни схеми*. За описание, изследване и синтез на последователностните схеми се използва теорията на крайните автомати.

На фиг. 8.1 е представена структурна схема на краен автомат. Блокът памет съдържа запомнящи елементи (елементи памет), в които



Фиг. 8.1. Структурна схема на краен автомат

се съхранява състоянието на автомата А. В зависимост от това състояние (А) и входното въздействие (X), КС изработва изходните реакции (Z) на автомата и сигналите (Y) към елемента памет, чрез които се установява ново вътрешно състояние на автомата. Веригата - КС - сигналите Y - елементът памет - състояние А - КС, е обратна връзка

(ОВ) по отношение на КС и представлява съществена особеност на автоматите. От веригата за обратна връзка на автоматите следва и още едно тяхно наименование, логически схеми с обратна връзка.

При подаване на входно въздействие X, автоматът генерира съответната изходна реакция Z и преминава в ново вътрешно състояние А. Така действието на автомата е свързано с дискретните моменти на

времето, в които се изменят входните въздействия X . Затова за автоматите се казва още, че те са дискретни устройства.

8.2. Задаване на автомати

За да бъде зададен един автомат, необходимо е да са известни:

- множеството от входни въздействия, X ;
- множеството от изходни реакции, Z ;
- множеството от вътрешни състояния, A ;
- законът за определяне на новото вътрешно състояние на автомата, който се нарича функция на преходите, f ;
- законът за определяне на изходната реакция на автомата, който се нарича функция на изходите, φ ;

Функцията на преходите на произволен автомат се представя във вида (8.1).

$$A(t+1) = f[A(t), X(t)], \quad (8.1)$$

където $A(t)$ и $X(t)$ са вътрешното състояние и входното въздействие в момента t , а $A(t+1)$ е новото вътрешно състояние (в момента $t+1$).

В зависимост от характера на функцията на изходите се различават два автоматни модела на последователностни схеми:

Автомат на Мур, при който изходната реакция Z в момента t зависи само от вътрешното състояние A в същия момент (8.2).

$$Z(t) = \varphi_1[A(t)]; \quad (8.2)$$

Автомат на Мили, при който изходната реакция Z зависи от вътрешното състояние A и входното въздействие в същия момент (8.3).

$$Z(t) = \varphi_2[A(t), X(t)]. \quad (8.3)$$

Определение: Краен автомат е всяка наредена петорка, съставена от азбуките на входа, вътрешното състояние, изхода, функцията на преходите и функцията на изходите (X, A, Z, f, φ).

От множеството възможни вътрешни състояния на автомата се избира едно за начално вътрешно състояние a_0 . Обикновено към наредената петорка се добавя и началното вътрешно състояние a_0 ,

$$(X, A, Z, f, \varphi) a_0.$$

Долният индекс на началното вътрешно състояние може да бъде различен от 0, например $1 \rightarrow a_1$.

Всеки автомат е напълно зададен чрез началното си състояние, функцията на преходите и функцията на изходите.

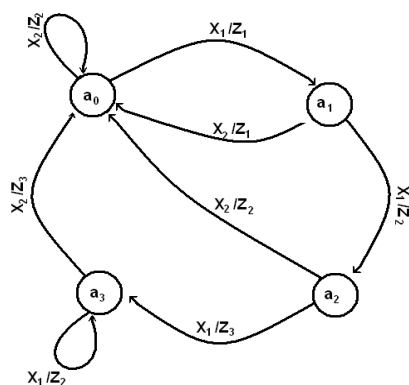
Действието на автомата се описва с неговата програма, която представлява набор от команди. Всяка команда има вида (8.4).

$$a_i x_j \rightarrow a_k z_s, \quad (8.4)$$

където a_i и x_j са съответно вътрешното състояние и входният сигнал, а a_k – новото вътрешно състояние и Z_s – изходният сигнал, който се получава (изработва от схемата) при прехода от старо към ново вътрешно състояние. Работата на крайния автомат се описва с еднозначни оператори от вида (8.4). На всяка двойка символи $a_i x_j$ съответства точно определена двойка $a_k Z_s$. Не може да има команди с две еднакви леви части и две различни (различаващи се) десни части.

Функциите на преходите и изходите освен аналитично, могат да се задават и с таблица на преходите и таблица на изходите. Редовете в таблицата съответстват на входните сигнали, а колонките - на вътрешните състояния на автомата. Ако в клетката образуванa при пресичането на реда на входния сигнал x_j и колонката съответстваща на вътрешното състояние a_i , се записва състоянието, в което автоматът преминава от състояние a_i под въздействие на входния сигнал x_j , се получава таблицата на преходите (таблица 8.1). Ако в тази клетка вместо вътрешно състояние е записан формирацият се при това в автомата изходен сигнал Z , се получава таблица на изходите (таблица

8.2). Преходите и изходите на автомата могат еднозначно да бъдат определени и като се построи обща таблица на преходите и изходите на автомата (таблица 8.3).



Фиг. 8.2. Граф на преходите на автомат на Мили

Таблица 8.1. Таблица на преходите

$X \backslash A$	a_0	a_1	a_2	a_3
X_1	a_1	a_2	a_3	a_3
X_2	a_0	a_0	a_0	a_0

Таблица 8.2. Таблица на изходите

$X \backslash A$	a_0	a_1	a_2	a_3
X_1	Z_1	Z_2	Z_3	Z_2
X_2	Z_2	Z_1	Z_2	Z_3

Таблица 8.3. Таблица на преходите и изходите

$X \backslash A$	a_0	a_1	a_2	a_3
X_1	a_1/Z_1	a_2/Z_2	a_3/Z_3	a_3/Z_2
X_2	a_0/Z_2	a_0/Z_1	a_0/Z_2	a_0/Z_3

Последователностните схеми могат да бъдат задавани и чрез граф. Графът на преходите се състои от възли и дъги (фиг. 8.2). Всеки възел представлява (съответства на) еднозначно определено вътрешно състояние. Ориентираната дъга показва прехода от едно (старо) вътрешно състояние в друго (ново). До дъгата се записва и входното

въздействие, което предизвиква този преход. Ако преходът от едно състояние в друго се осъществява при няколко различни входни въздействия, то всички входни въздействия трябва да бъдат отбелязани. Обикновено до дъгата се отбелязва и изходното състояние на схемата. Ако за някои стойности на X , вътрешното състояние не се изменя, дъгата се затваря в същия възел, от който излиза.

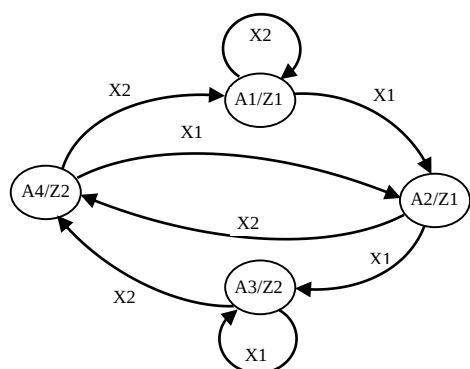
Програмата, с която се описва действието на автомата от таблица 8.3 и чрез която също може да бъде зададен автоматът е следната:

$a_0x_1 \rightarrow a_1Z_1;$
 $a_1x_1 \rightarrow a_2Z_2;$
 $a_2x_1 \rightarrow a_3Z_3;$
 $a_3x_1 \rightarrow a_3Z_2;$
 $a_0x_2 \rightarrow a_0Z_2;$
 $a_1x_2 \rightarrow a_0Z_1;$
 $a_2x_2 \rightarrow a_0Z_2;$
 $a_3x_2 \rightarrow a_0Z_3.$

Разгледаният пример е за задаване на автомат на Мили. Има известни малки разлики при задаването на автомат на Мур, в зависимост от характера на функцията на изходите на двата модела.

Функциите на преходите и изходите на автомат на Мур се задават с една отбелязана таблица на преходите (таблица 8.4), която се строи както таблицата на преходите и изходите на автомат на Мили, но над символите на състоянията се нанасят символите на изходните сигнали (реакции), съответстващи на даденото състояние.

В графовете на автоматите на Мур изходните реакции (стойностите на изходните сигнали) се записват около или във възлите, а ребрата (ориентираните дъги) се означават само с входни сигнали.



Фиг. 8.3. Граф на преходите на автомат на Мур

Таблица 8.4. Таблица на преходите и изходите на примерен автомат на Мур

	Z_1	Z_1	Z_2	Z_2
$X \backslash A$	a_1	a_2	a_3	a_4
X_1	a_2	a_3	a_3	a_2
X_2	a_1	a_4	a_4	a_1

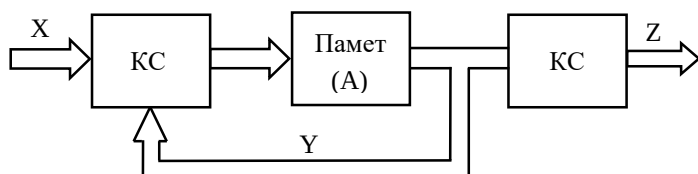
Графът на автомат на Мур, зададен чрез таблица 8.4 е показан на фиг. 8.3.

Графът на автомат на Мур се различава от този на автомат на Мили. Непосредствено до ребрата се отбелязват само входните въздействия X_j , а изходните реакции, съответстващи на вътрешно състояние се записват в самия възел или близо до него.

Например, ако вътрешното състояние в момента t е a_1 , ще се получи изходна реакция Z_1 , независимо от входния сигнал. Какво ще е следващото състояние, зависи от входния сигнал.

При автомат на Мур изходната реакция също зависи и от входното въздействие, но с един такт закъснение.

На фиг. 8.4 е представена структурна схема на автомат на Мур.



Фиг. 8.4. Структурна схема на автомат на Мур

Един автомат има пълна система преходи, ако за всяка двойка вътрешни състояния A_i , A_j може да сенамери поне една входна дума X_k ,

предизвикваща прехода $A_i \rightarrow A_j$. Пълна система изходи означава, че на всяко вътрешно състояние A_i на автомата съответства собствен изходен сигнал Q_i , различен от останалите.

8.3. Видове крайни автомати

Възможно е в наредената петорка да липсват някои букви:

Изродени автомати	1. Краен автомат без памет – $X, Z, \varphi \rightarrow$ Комбинационна схема Входните сигнали еднозначно се преобразуват в изходни. 2. Автономни крайни автомати – не зависят от външни сигнали, липсва X, $a_i \rightarrow a_k Z_s$; 3. Крайни автомати без изход – A, X, f - сменят си само вътрешните състояния
Основни атоматни модели	4. Автомат на Мур $A(t+1) = f[A(t), X(t)];$ $Z(t) = \varphi_1[A(t)].$ 5. Автомат на Мили $A(t+1) = f[A(t), X(t)];$ $Z(t) = \varphi_2[A(t), X(t)].$

8.4. Елементарни автомати

В изчислителната техника освен логически елементи се използват и елементи за съхраняване (запомняне) на информацията, наречени запомнящи елементи. Тези елементи позволяват да се записва, съхранява и чете двоична информация. В качеството на запомнящи елементи обикновено се използват **тригери**, които са **елементарни автомати** (ЕА), имащи следните особености:

- ЕА са автомати на Мур с две вътрешни състояния, които се бележат условно (кодират) с 0 и 1;

- ЕА генерира два различни изходни сигнала (съответстващи на двете му вътрешни състояния), които по същество позволяват физически да се различават състоянията му. При разглежданията по-нататък състоянието на автомата ще бъде означавано с една буква Q и ще бъде кодирано с цифрите 0 и 1. ЕА имат два взаимноинверсни изхода, наричащи се прав и инверсен - Q и $\bar{Q}$. Ако ЕА е във вътрешно състояние 1, изходните му сигнали са $Q=1$ и $\bar{Q}=0$, а ако е в състояние 0 - $Q=0$ и $\bar{Q}=1$. Следователно сигналът на правия изход Q се отъждествява с вътрешното състояние на ЕА;

- ЕА имат един или повече физически входи, на всеки от които могат да се подават сигнали кодирани с цифрите 0 и 1.

Начини за задаване на автоматите (behavior of automation) - варианти за описание на автоматите, тяхното функциониране или поведение. ЕА се описва по един от следните начини:

- Таблично. Таблица на преходите;
- Графично. Диаграма на автомата (диаграма на преходите на автомата) - е ориентиран граф G . Графът има два върха (възли), еднозначно съответстващи на двете вътрешни състояния на ЕА;
- Аналитично. Аналитично ЕА се описва със сложна функция, функция на преходите $Q^{t+1} = f(x^t, Q^t)$;
- Матрично. Чрез матрица на входовете. Тя има четири реда, означени с възможните четири прехода на ЕА и отделна колонка за всеки вход на ЕА.

ЕА имат пълна система от преходи и изходи

Един автомат има пълна система преходи, ако за всяка двойка вътрешни състояния A_i, A_j може да се намери поне една входна дума x_k , предизвикваща прехода $A_i \rightarrow A_j$. Пълна система изходи означава, че на всяко вътрешно състояние A_i на автомата съответства собствен изходен сигнал Q_i , различен от останалите.

8.4.1. ЕА с един вход

Всички реални автомати имат детерминирана (напълно определена във всеки момент) система преходи. Съществуват само четири типа елементарни автомати (таблица 8.5) с един вход, които имат детерминирана и пълна система преходи.

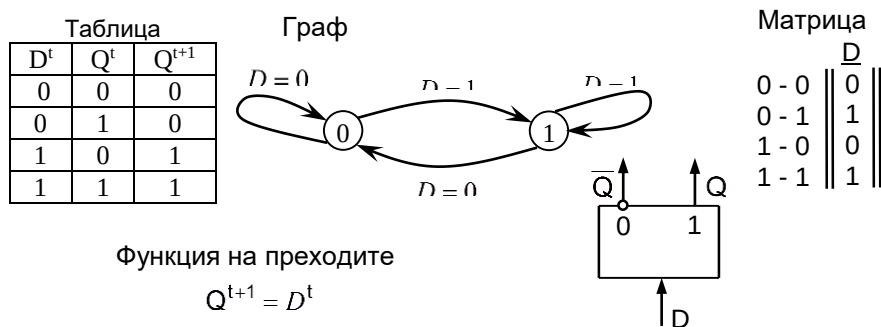
Действително, първите две колонки (x^t и Q^t) на таблицата на преходите (таблица 8.5) са еднакви - в тях са записани всички възможни двойки от значения на входния сигнал и състоянията на автомата в момента от време t . За да има автоматът пълна система преходи, колонките за Q^{t+1} , следва да се запълнят така, че третата и четвъртата колонки (Q^t и Q^{t+1}) да отговарят на всичките четири типа преходи: 00, 01, 10 и 11.

Ако се сравнят табл. 8.5-1 с табл. 8.5-3 и табл. 8.5-2 с табл. 8.5-4 се вижда, че тези таблици се различават помежду си само по начина на кодиране на входните сигнали x^t и следователно след прекодиране на последните, т.е. след замяната в колоната за x^t на една от таблиците на цифрите 0 с 1 и 1 с 0, са идентични (напълно съвпадат). Следователно има само два принципно различни елементарни автомата с един вход. ЕА, зададени в табл. 8.5-1 (ЕА тип D) и табл. 8.5-2 (ЕА тип T) се приемат за основни.

Таблица 8.5. Четири типа ЕА с един вход

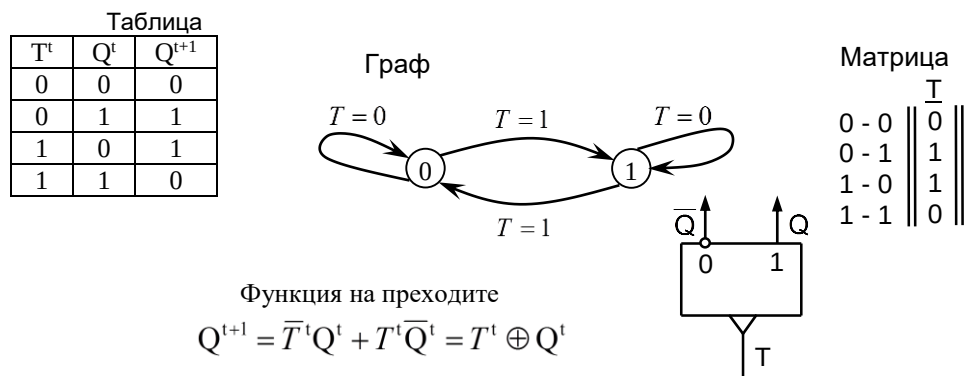
1				2				3				4			
№	x^t	Q^t	Q^{t+1}	№	x^t	Q^t	Q^{t+1}	№	x^t	Q^t	Q^{t+1}	№	x^t	Q^t	Q^{t+1}
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	1	0
2	1	0	1	2	1	0	1	2	1	0	0	2	1	0	0
3	1	1	1	3	1	1	0	3	1	1	0	3	1	1	1

ЕА тип D (фиг. 8.5). Неговото състояние Q^{t+1} повтаря сигнала на входа D с определено закъснение (един такт). Затова този ЕА е обикновен елемент за закъснение на входните сигнали на един такт, откъдето носи името си (**delay** - закъснение).



Фиг. 8.5. Елементарен автомат тип D

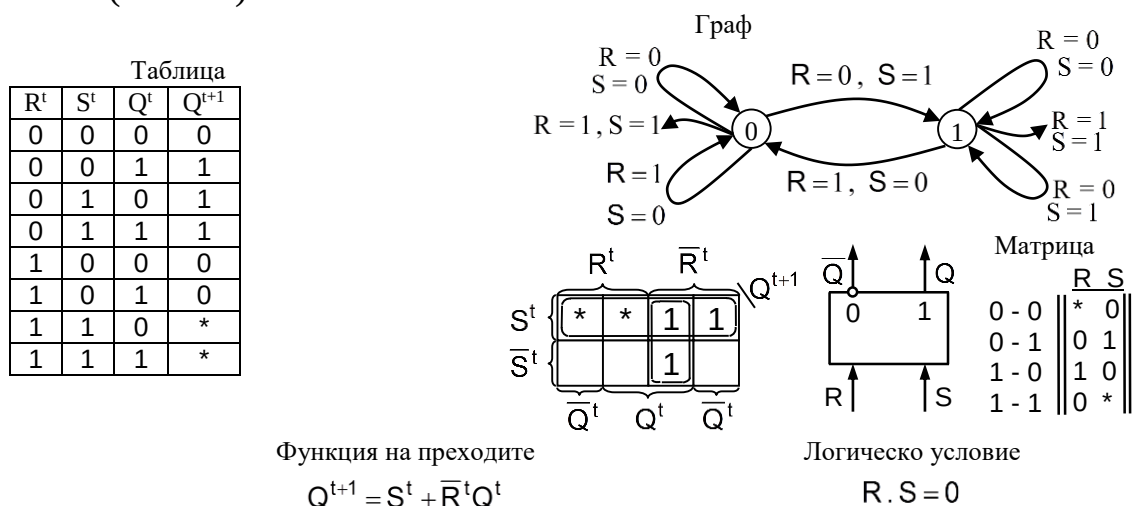
ЕА тип T (фиг. 8.6). Този автомат реализира операцията събиране (броене) по модул 2 на стойностите на входните сигнали и не е нищо друго, освен тригер с броячен вход (T-тригер). При $T=0$, той запазва състоянието си, а при $T=1$ променя състоянието си (0-1 и 1-0).



Фиг. 8.6. Елементарен автомат тип T

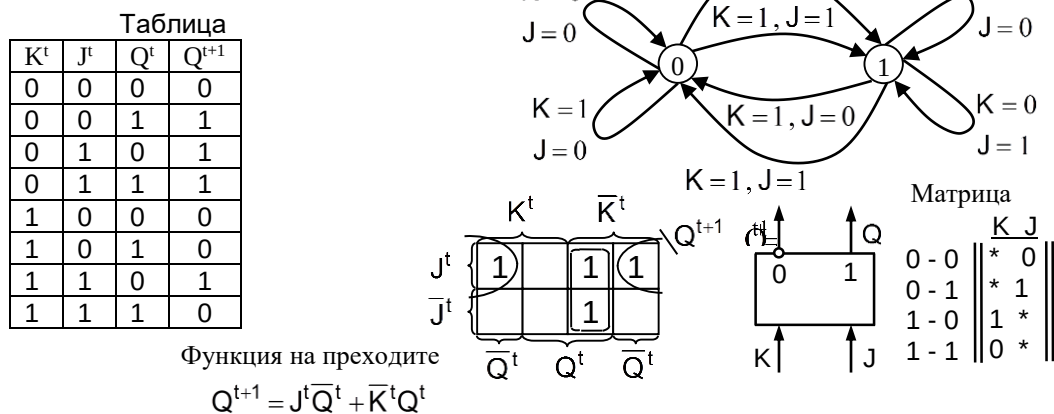
8.4.2. ЕА с два входа

ЕА тип RS (фиг. 8.7). Наименованието на този автомат произлиза от абревиатурата на две английски думи **Reset** (нулирам, изключвам) и **Set** (единичен, включвам). Този тип ЕА има два дублирани прехода: $0 \rightarrow 0$ при $S=0$ и $R=*$ (0 или 1) и $1 \rightarrow 1$ при $R=0$ и $S=*$ (0 или 1). Смята се, че входни сигнали $R=S=1$ са *забранени*. Изискването да не се подава забранено входно въздействие се представя логически чрез условието $R \cdot S = 0$ ($R \& S = 0$).



Фиг. 8.7. Елементарен автомат тип RS

ЕА тип JK (фиг. 8.8).



Фиг. 8.8. Елементарен автомат тип JK

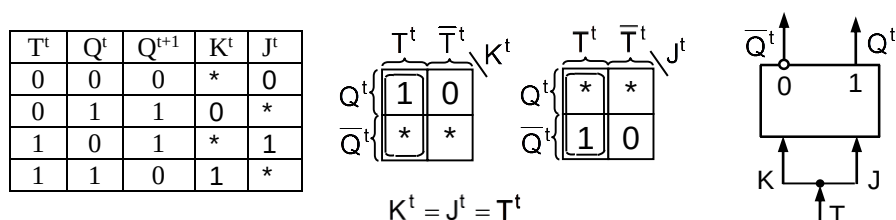
При този ЕА няма забранени входни въздействия. Характерно за него е, че и четирите му прехода са дублирани. Различава се от ЕА тип RS по това, че при входни сигнали $J=K=1$ той променя състоянието си и функционира като ЕА тип Т (тригер с броячен вход).

JK тип ЕА е универсален, тъй като може да работи в режими съответстващи на работата на ЕА типове RS, Т и D.

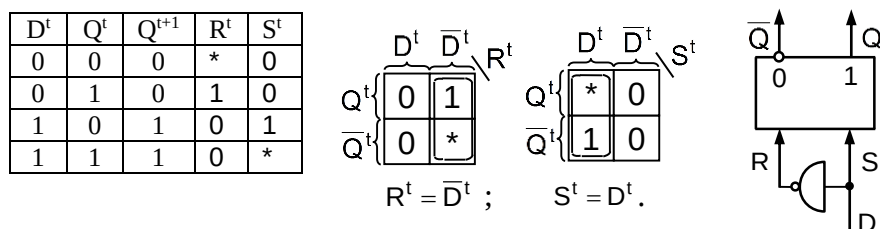
8.5. Преобразуване на един тип елементарен автомат (ЕА) в друг

В някои случаи се налага от един тип ЕА да се получи друг такъв. Решаването на тази задача изисква към изходния ЕА да се свържат допълнително логически елементи, след което се получава нова структура. Последната функционира по начин, тъждествен с действието на ЕА, който е необходимо да се получи.

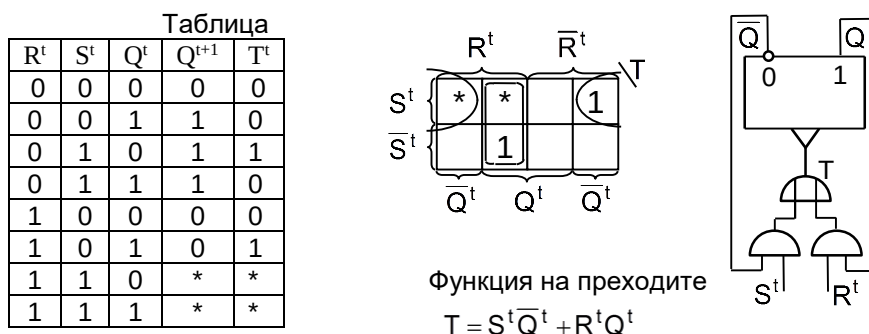
Преобразуването се извършва върху основата на таблицата на преходите на *желания* ЕА. Към тази таблица се добавят колонки, озаглавени с входовете на *наличния* ЕА. Те се попълват в съответствие с преходите на желанния ЕА. За всеки ред на таблицата се записват такива входни сигнали (стойностите на входните сигнали се получават от матрицата на входовете на наличния ЕА), които ще принудят наличния ЕА да реализира съответният преход. Следва намирането на логическите функции, които реализират сигналите на входовете на наличния ЕА. Тези логически функции се наричат *възбудителни*. Те могат да бъдат непълно определени, ако наличния ЕА има дублирани преходи или ако желанния ЕА има забранени входни сигнали. Съставя се съответната схема, която съдържа наличния ЕА и комбинационните схеми за реализиране на минималните форми на възбудителните функции. Получава се схема, която като цяло представлява желанния ЕА. Неговите входове са входовете на комбинационната схема, която реализира възбудителните функции, а изходите му съвпадат с изходите на наличния ЕА. Примери за преобразуване на един тип ЕА в друг са показани на фиг. 8.9 (от ЕА тип JK в тип T от ЕА тип RS в тип T), фиг. 8.10 (от ЕА тип RS в тип D), фиг. 8.11 (от ЕА тип T в тип RS).



Фиг. 5.2.6. Преобразуване на ЕА тип JK в ЕА тип T



Фиг. 5.2.7. Преобразуване на ЕА тип RS в ЕА тип D



Фиг. 8.11. Преобразуване на ЕА тип Т в ЕА тип RS

8.6. Структурен синтез на последователностни автомати

8.6.1. Общи бележки

Задачите за анализ и синтез на автомати са основни задачи в теорията на крайните автомати.

Синтезът на автомат се заключава в построяване на схемата на краен автомат от по-прости автомати по даден закон за функциониране (зададен например с таблиците на преходите и изходите на автомата или с графа на преходите). Решението на тази задача има няколко етапа, най-важните от които са *абстрактният* и *структурният*.

Целта е да се получат функции, описващи връзката между отделните елементарни автомати.

На етапа на абстрактен синтез навсякъде под автомат се разбира автомат зададен или с таблици, или с граф, или по някакъв друг начин. Фактически, абстрактният автомат, който се задава с множество от шест елемента (входно въздействие X , изходна реакция Z , вътрешно състояние A , функцията на преходите f , функцията на изходите φ и началното вътрешно състояние A_0) е математически модел на последователностната схема. Структурният модел на последователностната схема е самата структурна схема на автомата, състояща се от два блока: комбинационна схема и блок памет. В структурния етап автоматът се разбира като структурна схема, състояща се от елементите на определен стандартен набор, в който влизат набор от елементарни автомати и функционално пълна система от логически елементи. С такъв стандартен набор може да се построи всяка логическа схема на компютъра. В такава схема входната и изходната азбука, а също и азбуката на състоянията се задават с крайни множества от букви, представяни с различни електрически сигнали и наричани структурни азбуки. Целта на този синтез е да се построи логическа схема, реализираща функциите на автомата. Ако абстрактният модел беше само математически модел на дискретна система, то в структурния автомат се отчита характера на входните и

изходните сигнали на автомата, а също и вътрешното решение на ниво структурна схема.

Със структурен синтез се занимава структурната теория на автоматите, чиято основна задача е намиране на общи принципи за построяване на структурните схеми на автомата на базата на предварително известни елементарни автомати и типове логически елементи. Затова от инженерна гледна точка най-голям интерес представлява задачата за структурния синтез на автомата.

Ако абстрактният автомат се задава с множество от шест елемента, то при прехода към структурен автомат вместо множество от входни въздействия X има входни сигнали $x_1, x_2, \dots, x_n$, които приемат стойности "0" или "1". Вместо изходна реакция Z в структурния модел има изходни сигнали $z_1, z_2, \dots, z_m$, приемащи също стойност "0" или "1". Входните и изходните сигнали трябва да са определени като брой и логически нива, като се има предвид и обекта, който ще бъде управляван от автомата.

9. Стандартни последователностни схеми

9.1. Броячи

9.1.1. Общи сведения

Броячът е последователностна схема. Нарича се още последователностна схема от броячен тип. Той е един от типичните представители на възли в цифровата изчислителна машина наред с регистрите, дешифраторите и суматорите. Броячът е електронна схема (възел) регистрираща по определен начин наречен *броене*, постъпилите на входа ѝ импулси (сигнали). В схемата на брояча има един вход и n изхода, чийто брой се определя от съотношението (9.1)

$$n \geq \log_2 K, \quad (9.1)$$

където K е броят на състоянията, n е броят на необходимите запомнящи елементи (ЕА), а $\log_2 K$ е двоичният логаритъм на числото K закръглен до най-близкото по-голямо число. В цифровите изчислителни машини броячите се използват за формиране последователността на адресите на командите, за следене броят на циклите при изпълнение на командите или за отчитане на други временни интервали при предаване и обработване на информацията. Броячите влизат и в състава на разнообразни цифрови устройства: електронни часовници, делители на честота, разпределители на импулси, изчислителни и управляващи устройства и др.

Всеки брояч представлява съвкупност от n тригера (ЕА) и определен брой логически елементи. Съвкупността от тригери има определен брой устойчиви вътрешни състояния (не повече от 2^n), като са изпълнени условията: при постъпване на входния импулс (сигнал)

броячът преминава от едно устойчиво състояние в друго, като не преминава два пъти през едно и също устойчиво състояние преди да е преминал през всички останали и редът в който следват вътрешните състояния едно след друго е строго определен и неизменен (ако законът на броене и коефициентът на броене не се изменят). От тези особености следва, че *графът* на един брояч представлява цикъл от всичките му състояния, като едно от вътрешните състояния се избира условно за *начално (изходно)*. В реалните броячи най-често за такова състояние се приема нулевото, като се предвижда възможност с подаване сигнал на специален вход на брояча той да бъде върнат от всяко вътрешно състояние в изходното.

Броят на вътрешните състояния на брояча се нарича *коефициент* или *модул на броене* K . Той зависи от броя на ЕА (елементите памет), от които е изграден броячът и от схемата им на свързване. Броят на разредите на брояча се определя от броя на ЕА в схемата. Ако броят на ЕА (разрядите) е n , тогава *пълният* n разряден брояч има $K = 2^n$. Ако $K < 2^n$, броячът се нарича *непълн (частичен)*. Най-често използваните непълни броячи са с $K = 10$ и се наричат *десетични (декадни)*.

Ако изходният сигнал се получава след преминаването на брояча през всичките му вътрешни състояния, той се нарича *преизчислителна* схема. Такава схема може да формира изходен сигнал и след подаване на определен брой (P) входни импулса (сигнала) и се нарича *преизчислителна* схема с коефициент на преизчисление P .

Още едно условие, характеризиращо действието на броячите е, че броенето (в права или обратна посока) се извършва *по модул* K , което означава, че след достигане на максималната (минималната) стойност, броячът при следващия входен импулс (сигнал) преминава в минималната (максималната) си стойност. Това свойство позволява да се използват броячите за деление на честотата. Ако входните импулси следват с честота $f_{вх}$, то честотата на изходните импулси е (9.2)

$$f_{изх} = f_{вх} / K. \quad (9.2)$$

Някои от основните параметри на броячните схеми са:

- капацитет (модул на броене) – максималния брой импулси, който може да фиксира броячът;
- разрешаваща способност – минималното време на следване на входните импулси (сигнали), при което броячът работи нормално;
- време за регистрация – времето от постъпване на поредния входен импулс (сигнал) до завършване на най-дългия възможен преходен процес;
- бързодействие на брояча се характеризира с максимално допустимата честота на постъпване на входните импулси за броене $f_{бр}$ и времето за установяване (кода) на брояча $t_{уст}$ – интервала от време между момента на завършване на импулса на броене и момента за установяване на кода.

9.2. Регистри

9.2.1. Общи сведения

Регистърът е последователностна схема. Той е един от типичните представители на възли в цифровата изчислителна машина наред с броячите, дешифраторите и суматорите. Регистрите са тригерни схеми, предназначени за запомняне на n разредни двоични числа и за осъществяване на някои преобразувания с тях. Тригерът може да съхранява само един двоичен разряд. Често обаче възниква необходимост да се съхранява група битове-така наричаната двоична дума (binary word) – например от 8 бита (1 байт). За съхраняване на тези 8 бита могат да се използват 8 тригера, организирани в 8 разряден *регистър*. Следователно, той представлява съвкупност от тригери, чиито брой съответства на броя на разрядите в думата и притежава спомагателни схеми, осигуряващи изпълнението на основните *микрооперации* в регистрите. Тези спомагателни схеми са съставени от логически елементи, образуващи комбинационна схема. Регистрите се използват още за преобразуване на последователния код в паралелен и обратно, за преместване на определен брой разряди в дясно (ляво), което е необходимо при нормализацията на числата. В регистъра за всеки разряд на съхраняваната дума има един вход и един или два изхода, ако числото трябва да се изведе в прав, обратен или парафазен код. Предвиждат се отделно и входове за установяване на регистъра в първоначално състояние и за преместване на съхраняваната дума. Тези входове се обединяват за всички разряди на думата.

Регистрите са основните елементи в архитектурата на повечето централни процесори. Те представляват малки памети, които са част от блока за управление. Както и клетките на паметта, регистрите се състоят от двоични клетки и притежават адреси, които служат за тяхното идентифициране. Броят на регистрите обаче е много малък. В тях могат да се запомнят данни, докато някоя магистрала или друг блок се освободи за да ги приеме или докато не се извикат от програмата. Регистрите под програмно управление са много удобни, защото централния процесор може да получава данни от тях, без да се обръща към паметта. Регистрите, които не са под програмно управление служат за запомняне на данни за по-късно използване.

По-важни типове регистри са: програмни броячи; регистри на инструкции; адресни регистри; акумулатори; регистри с общо предназначение; индексни регистри; регистри за състояние; указател на стека.

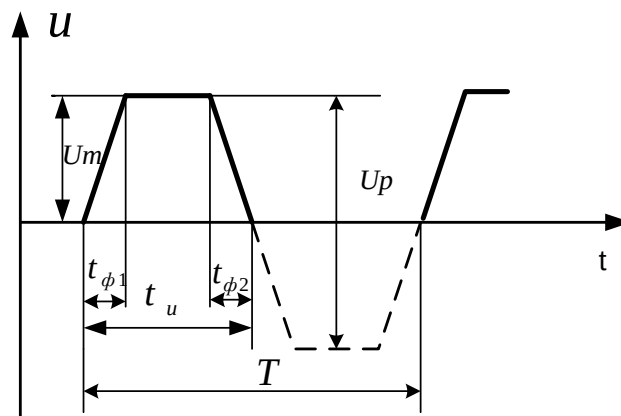
Броят на вътрешните състояния при регистровите схеми обикновено е равен на броя на ЕА (тригерите) в тях.

10. Линејни и нелинейни импулсни схеми

10.1. Линејни импулсни схеми

10.1.1. Параметри на импулсния сигнал

Импулсите са тези сигнали, чиято продължителност е от порядъка на времетраенето на преходните процеси в разглежданата електрическа верига (фиг. 10.1).



Фиг. 10.1. Времедиаграма на импулсен сигнал

Основни параметри:

U_m – амплитуда (max стойност);

t_u – продължителност на импулса;

$t_{\phi 1}$ – продължителност на предния фронт;

$t_{\phi 2}$ – продължителност на задния фронт;

U_p – размах на амплитуда от връх до връх (използва се при двуполярни импулси за еднополярни $U_p = U_m$);

Периодично повтарящите се импулси се характеризират:

T - период на повторение (следване);

$f = \frac{1}{T}$ – честота на повторение;

$K_z = \frac{t_u}{T}$ – коефициент на запълване.

Линејните импулсни схеми са най-простите схеми за преобразуване формата на импулсните сигнали. В тях се използват пасивните елементи резистор R и кондензатор C , като основен градивен елемент е кондензаторът, чието напрежение и ток са функция на времето:

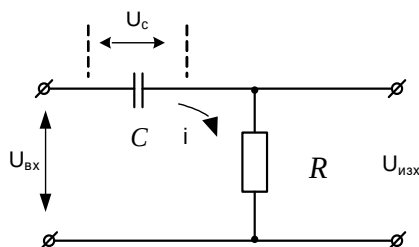
$$i_c = C \frac{dU_c}{dt}; \quad (10.1)$$

$$U_c = \frac{1}{C} \int_0^t i_c dt. \quad (10.2)$$

В зависимост от начина на свързване на тези два елемента се получава интегриране или диференциране на входния сигнал.

10.1.2. Диференцираща RC верига

Диференциращата **RC**-верига (фиг. 10.2) представлява прост четириполусник, на входа на който се подава сигнала подлежащ на диференциране, а върху резистора **R** се получава изходния сигнал с форма близка на производната на входния сигнал.



Фиг. 10.2. Диференцираща RC верига

Може да се счита, че токът протичащ в диференциращата **RC**-верига се определя от $i = C \frac{dU_c}{dt}$ с достатъчно голяма точност.

Ако резисторът **R** има малка стойност, тогава $U_{вх} \approx U_c$. Следователно изходното напрежение е:

$$U_{изх} = U_c = RC \frac{dU_c}{dt} \approx RC \frac{dU_{вх}}{dt}. \quad (10.3)$$

Когато се подаде правоъгълен импулс с амплитуда U_0 (фиг. 10.3), в началния момент $t=0$ протича ток:

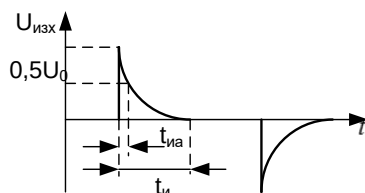
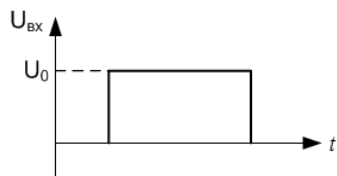
$$i_{c \max} = \frac{U_{вх}}{R}, \quad (10.4)$$

при което $U_{изх} = U_{вх}$. След това токът i_c намалява до нула поради увеличаване на напрежението U_c до U_0 (напълно зареден кондензатор), а изходното напрежение се изменя по зависимостта:

$$U_{изх}(t) = U_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (10.5)$$

където $\tau = RC$.

Продължителността на изходния импулс (фиг. 10.3) не зависи от амплитудата на входния сигнал, а се определя от параметрите на диференциращата верига. Активната продължителност $t_{иа}$ се дефинира на ниво $0,5U_0$. Тя се определя по следният начин:



Фиг. 10.3. Времедиаграма през диференцираща RC верига

$$U_{изх} = U_0 e^{-\frac{t_{иа}}{\tau}} = 0,5U_0 \quad (10.6)$$

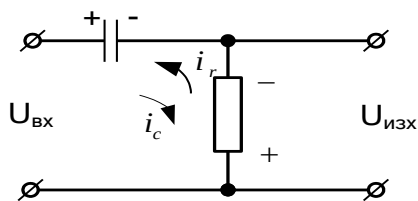
$$e^{-\frac{t_{иа}}{\tau}} = 0,5 \quad (10.7)$$

или

$$\ln e^{-\frac{t_{иа}}{\tau}} = \ln 2; \quad (10.8)$$

следователно:

$$t_{иа} = 0,7RC \quad (10.9)$$



Фиг. 10.4. Процеси в диференцираща RC верига

Аналогично може да се определи и продължителността на импулса t_u при ниво $0,05 U_0$ (фиг.10.4).

$$U_{изх} = U_0 \cdot e^{-\frac{t_u}{\tau}} = 0,05 U_0, \quad (10.10)$$

от където се получава

$$t_u = 3RC \quad (10.11)$$

Веригата реагира на задния фронт на входните импулси по аналогичен начин. В този случай източник на енергия е кондензаторът и напрежението на изхода има обратна полярност.

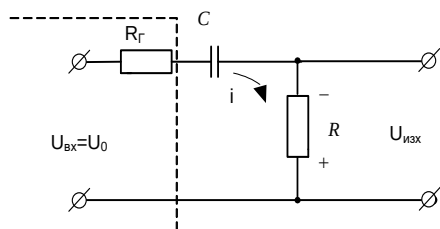
Както се знае, генератор на напрежение (идеален източник) в практиката не съществува и затова вътрешното съпротивление на източника на входния сигнал влияе върху формата на изходното напрежение (фиг. 10.5):

Началният скок при преход от лог. „0” към лог. „1” няма да бъде U_0 , а ще се разпреди между R и R_r (делител на напрежение).

$$U_{изх t=0} = i_{c \max} R = \frac{U_0 R}{R_r + R}, \quad (10.12)$$

където

$$i_{c \max} = \frac{U_0}{R + R_r}. \quad (10.13)$$



Фиг. 10.5. Диференцираща RC верига към източник на сигнал

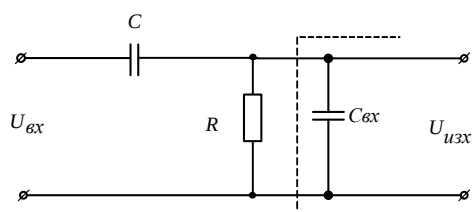
При зареждане на кондензатора изходното напрежение ще се изменя по закона:

$$U_{изх}(t) = \frac{R}{R_r + R} U_0 e^{-\frac{t}{C(R+R_r)}}. \quad (10.14)$$

Вътрешното съпротивление на генератора влияе върху:

- амплитудата на $U_{изх}$ – намалява с $\frac{R}{R + R_r}$;
- времеконстантата на веригата – увеличава я до стойност $\tau = C(R + R_r)$.

Когато в изхода се включи входният капацитет $C_{вх}$, на следващото стъпало (фиг. 10.6), началният скок в изхода намалява, защото C и $C_{вх}$ образуват капацитивен делител.



Фиг. 10.6. Диференцираща RC верига към следващо стъпало

При $t=0$

$$U_{изх|t=0} = \frac{C}{C + C_{вх}} U_0, \quad (10.15)$$

от където се получава:

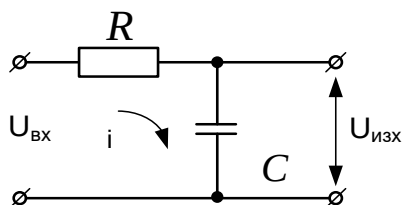
$$U_{изх}(t) = \frac{C}{C + C_{вх}} \cdot U_0 \cdot e^{-\frac{t}{R(C + C_{вх})}} \quad (10.16)$$

Следователно влиянието на $C_{вх}$ е подобно както на R_f :

- намалява се амплитудата на изходния сигнал $U_{изх}$ с $\frac{C}{C + C_{вх}}$;
- увеличава се времеконстантата на веригата $\tau = R(C + C_{вх})$.

10.1.3. Интегрираща RC верига

В тази схема кондензаторът се явява паралелно свързан в изхода, а резисторът - последователно на входния сигнал (фиг. 10.7).



Фиг. 10.7. Интегрираща RC верига

Началният преход на $U_{вх}$ от „0” към „1” изцяло пада върху съпротивлението R , защото кондензаторът C на изхода не може да се зареди мигновено $U_c(t=0) = 0$ (фиг. 10.8).

Токът, който протича през веригата, ще бъде:

$$i_c \approx \frac{U_{вх}}{R}. \quad (10.17)$$

Напрежението на кондензатора C ще бъде равно на:

$$U_{изх}(t) = U_c = \frac{1}{C} \int_0^t i_c dt \approx \frac{1}{RC} \int_0^t U_{вх} dt \quad (10.18)$$

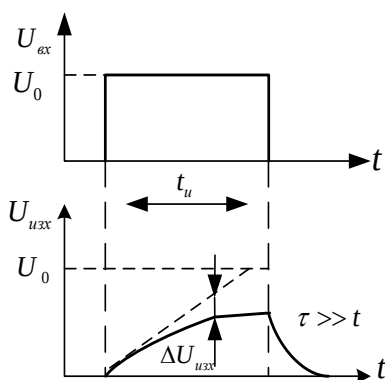
Фиг. 10.8. Времедиаграма през интегрираща RC верига

Това продължава до пълното зареждане на кондензатора C , при което токът намалява до нула.

Изходното напрежение ще се изменя по експоненциален закон:

$$U_{изх}(t) = U_0 (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}), \quad (10.19)$$

където $\tau = RC$.



Фиг. 10.9. Времедиаграма през интегрираща RC верига при $\tau \gg t_u$

Ако времеконстантата $\tau \gg t_u$, кондензаторът няма да успее да се зареди до максималната стойност U_0 . При това формата на $U_{изх}$ ще бъде толкова близка до линейната (фиг. 10.9), колкото τ е по-голямо от t_u .

Ако се изпълнява условието $\tau \gg t_u$, функцията

$$e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (10.20)$$

може да се представи в ред, като се ограничим до първите три члена на разлагането.

$$e^{-\frac{t}{\tau}} \approx 1 - \frac{t}{\tau} + \frac{1}{2} \frac{t^2}{\tau^2}. \quad (10.21)$$

Като заместим $e^{-\frac{t}{\tau}}$ в $U_{изх}(t)$ се получава:

$$U_{изх}(t) = U_0 \left(\frac{t}{\tau} - \frac{1}{2} \frac{t^2}{\tau^2} \right) = U_{вх} \frac{t}{\tau} - \frac{1}{2} \frac{t^2}{\tau^2} U_{вх} \quad (10.22)$$

При идеално интегриране на входното правоъгълно напрежение, изходният сигнал трябва да расте линейно във времето:

$$\frac{1}{RC} \int_0^t U_{вх} dt = U_{вх} \frac{t}{\tau}, \quad (10.23)$$

а вторият член

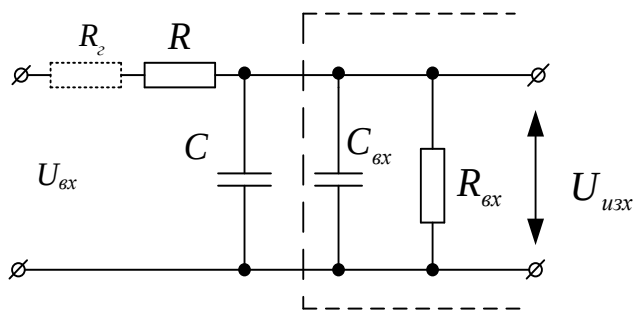
$$\Delta U_{вх} = \frac{1}{2} U_{вх} \frac{t^2}{\tau^2} \quad (10.24)$$

представлява отклонение от точния интеграл на изходното напрежение на интегриращата RC верига.

Както при диференцираща верига и тук формата на импулса не зависи от амплитудата на входното напрежение U_0 , а зависи само от времеконстантата на веригата $\tau = RC$.

Времето за достигане на ниво $0,5U_0$ и тук, както при диференцираща верига се определя аналогично $t_{ua} = 0,7RC$. Времето за достигане на изходно ниво $0,95 U_0$ е $t_u = 3RC$.

Вътрешното съпротивление на източника на сигнал (генератора) $R_{г}$ и на входните параметри ($R_{вх}$ и $C_{вх}$) на следващото стъпало, което е товар за интегриращата верига, оказват влияние върху преходните процеси.



Фиг. 10.10. Интегрираща RC верига и влияние от следващо стъпало

$R_Г$ се явява последователно включено на R и при оразмеряване на R може да се отчете. Същото може да се каже и за C_{6x} . Но R_{6x} на товара оказва съществено влияние върху изходното напрежение $U_{изх}$ и времеконстантата на схемата τ (фиг. 10.10). Максималната амплитуда след зареждането на C се

ограничава от R и R_{6x} , включени като делител на напрежение:

$$U_{изх(t \rightarrow \infty)} = \frac{U_0}{R + R_{6x}} R_{6x}; \quad (10.25)$$

$$U_{изх} = U_0 \frac{R_{6x}}{R + R_{6x}} \left(1 - e^{-\frac{t}{C \frac{R \cdot R_{6x}}{R + R_{6x}}}}\right) \quad (10.26)$$

Времеконстантата τ' се намалява с отчитане на R_{6x} на товара, понеже R_{6x} се явява включено паралелно на R (през $R_Г$ на източника).

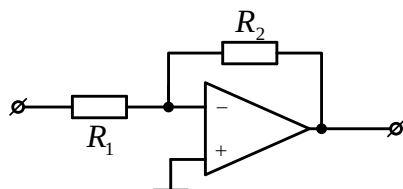
$$R_e = \frac{R \cdot R_{6x}}{R + R_{6x}} \quad (10.27)$$

За намаляване влиянието на R_{6x} се избира $R \ll R_{6x}$.

10.1.4. Диференциране и интегриране с операционен усилвател (ОУ)

Операционният усилвател (фиг. 10.11) е схема, която се характеризира с:

- голямо входно съпротивление R -около $20 \text{ M}\Omega$;
- малко изходно съпротивление R -50-:200 Ω ;
- коефициент на усилване - над $10^4 - 10^6$;
- честотна лента — над $10 \text{ Hz} - 10 \text{ MHz}$, в зависимост от коефициента на усилване;



Фиг. 10.11. Схема на операционен усилвател с паралелна отрицателна обратна връзка

Най-често операционният усилвател се свързва по схема с паралелна отрицателна обратна връзка, която се характеризира с:

- дълбочина на обратната връзка:

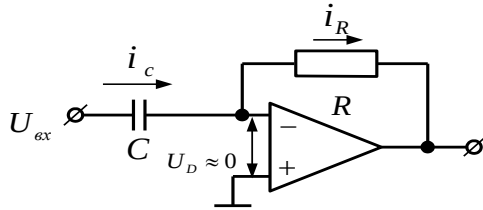
$$\beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad (10.28)$$

- коефициент на усилване:

$$K = -\frac{R_2}{R_1} \quad (10.29)$$

Диференциране с ОУ

При диференциране с ОУ, кондензаторът е включен към входа, а резисторът в обратната връзка (фиг. 10.12).



Фиг. 10.12. Диференцираща схема с ОУ с паралелна отрицателна обратна връзка

Като се има предвид, че $K \gg 10^5$,
 $i_{6x} \leq 10^{-7} \div 10^{-8} \text{ A};$

$$U_D = -\frac{U_{изх}}{K} \approx 0, \quad (10.30)$$

можем да приемем, че $i_C = i_R$.

$$i_R = \frac{U_{изх} - U_D}{R} = \frac{U_{изх} - (-\frac{U_{изх}}{K})}{R} = \frac{U_{изх}}{R} + \frac{U_{изх}}{R.K} = \frac{U_{изх}}{R} (1 + \frac{1}{K}) = \frac{U_{изх}}{R} (\frac{K+1}{K}) \quad (10.31)$$

От тук се вижда, че

$$\tau = \frac{RC}{k+1}, \quad (10.32)$$

следователно е **$k+1$** по-малко, което означава, че при определяне на **R** и **C** , времеконстантата може да се избира **$k+1$** пъти по голяма. Това означава, че ще се избегне **$R \gg R_f$** и **$C \gg C_{6x}$** , с което влиянието на параметрите на източника и на товара се намалява **$k+1$** пъти.

$$i_c = C \frac{dU_c}{dt} \approx C \frac{dU_{6x}}{dt} \quad (10.33)$$

$$i_c = i_R = C \frac{dU_{6x}}{dt} = -\frac{U_{изх}}{R}. \quad (10.34)$$

$$\frac{K+1}{K} \Rightarrow 1 \quad (10.35)$$

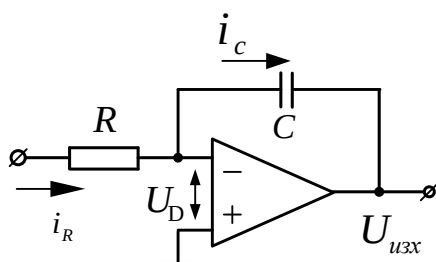
$$U_{изх} \approx -R.C \frac{dU_{6x}}{dt}. \quad (10.36)$$

Точният израз за формата на изходното напрежение е:

$$U_{изх}(t) = -k U_{6x} e^{-\frac{t}{\frac{RC}{k+1}}} \quad (10.37)$$

Интегриране с ОУ

При интегриране с операционен усилвател, кондензаторът е в обратната връзка, а резисторът е включен последователно във входната верига (фиг. 10.13).



Фиг. 10.13. Интегрираща схема с ОУ с паралелна отрицателна обратна връзка

Като се има предвид, че $U_D \approx 0$, може да се приеме, че $i_R = i_c$.

$$U_{изх} = -kU_D \quad (10.38)$$

$$U_c = U_{изх} - U_D \quad (10.39)$$

$$U_c = U_{изх} - \left(-\frac{U_{изх}}{k}\right); \quad (10.40)$$

$$U_c = U_{изх} \frac{k+1}{k} \quad (10.41)$$

от друга страна:

$$i_c = i_R = \frac{U_{вх} - U_D}{R} \approx \frac{U_{вх}}{R} \quad (10.42)$$

$$U_c = U_{изх} \frac{k+1}{k} = -\frac{1}{C} \int \frac{U_{вх}(t)}{R} dt \quad (10.43)$$

$$U_{изх} = -\frac{1}{RC} \int U_{вх}(t) dt \quad (10.44)$$

Точната форма на изходното напрежение е:

$$U_{изх}(t) = -kU_{вх} \left[1 - e^{-\frac{t}{RC(k+1)}} \right]. \quad (10.45)$$

Вижда се, че изходното напрежение се увеличава k пъти, а еквивалентната времеконстанта

$$\tau_e = (k+1)RC \quad (10.46)$$

се увеличава $k+1$ пъти.

10.2. Нелинейни импулсни схеми

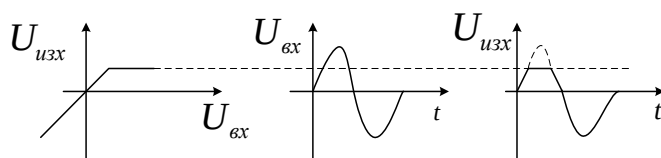
10.2.1. Диодни ограничители

Амплитудните ограничители са устройства, чийто изходен сигнал престава да се изменя, когато входният сигнал стане по-голям или по-малък от определена стойност, наречена ниво или праг на ограничението. Изходният сигнал възпроизвежда тази част от входния сигнал, който се намира преди прага на ограничението.

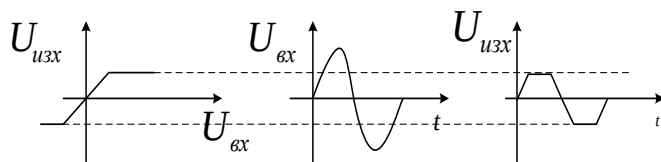
Предавателната характеристика на ограничителите е нелинейна. Тя се състои от два праволинейни участъка:

- *наклонен* - за точно предаване на водния сигнал;
- *хоризонтален* - успореден на абсцисата за ограничаване на входния сигнал (фиг. 10.14).

Предавателната характеристика на ограничители са представени по-долу: едностранен (фиг. 10.14) и двустранен (фиг. 10.15).



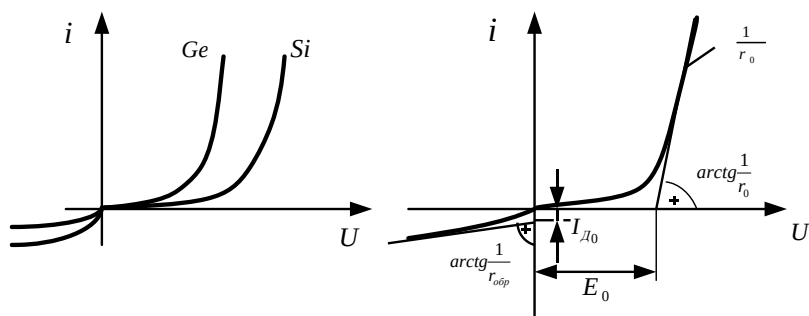
Фиг. 10.14. Предавателна характеристика на едностранен ограничител



Фиг. 10.15. Предавателната характеристика на двустранен ограничител

В качеството на ограничаващ елемент най-често се използва нелинеен елемент - диод или транзистор.

Реалната волт-амперна (VA)-характеристика на полупроводниковия диод има вида, показан на фиг. 10.16.



Фиг. 10.16. Реални VA-характеристики на полупроводникови диоди

Характеристиката може да се апроксимира линейно с две прави:

а) отпушен диод

$$i_{D\text{пп}} = \frac{U - E_0}{r_0} \quad (10.47)$$

r_0 – съпротивление на диода в права посока;

E_0 – напрежение на отместване (отпушване) на диода;

$E_0 \approx 0.2V$ за Ge диоди ($0.15 \div 0.25$);

$E_0 \approx 0.6V$ за Si диоди ($0.4 \div 0.7$).

б) запушен диод

$$i_{D\text{обр}} = i_{D_0} + \frac{U}{r_{\text{обр}}} \quad (10.48)$$

I_{D0} – топлинен ток на диода;

$I_{D0} \approx 20\mu A$ за Ge;

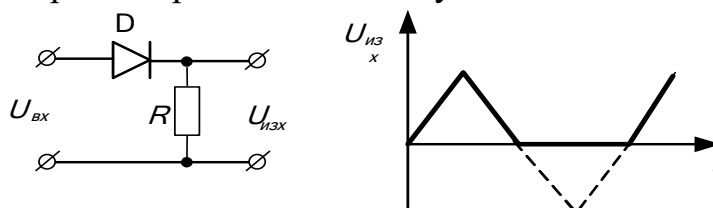
$I_{D0} \approx 1\mu A$ за Si-диоди ;

I_{D0} – зависи силно от температурата.

10.2.2. Едностранны последователни диодни ограничители

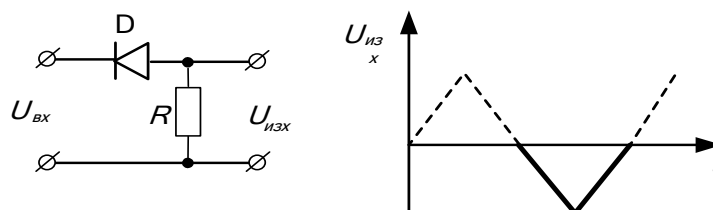
Последователният диоден ограничител представлява четириполюсник, в който диодът D е свързан в последователното рамо, а съпротивлението R в паралелния клон на схемата.

Когато диодът е ориентиран с анода към входния сигнал (фиг. 10.17), той ще се отпусне при положителен полупериод и ще пропусне входния сигнал към изхода, който ще се отложи като напрежителен спад върху съпротивлението R . При отрицателен полупериод, диодът е запушен и ще отреже отрицателната полуълна.



Фиг. 10.17. Последователен едностранен диоден ограничител отдолу

Когато диодът е ориентиран с катода към входния сигнал, имаме ограничаване отгоре на ниво нула фиг. 10.18 (пропуска отрицателния полупериод).



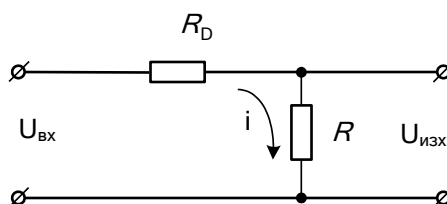
Фиг. 10.18. Последователен едностранен диоден ограничител отгоре

В еквивалентната заместваща схема на последователния диоден ограничител може да не се отчита отместващото напрежение E_0 и топлинния ток I_0 (фиг. 10.19) в:

а) зоната на пропускане (диодът е отпушен) и $r_0 = R_D$ (R_D съпротивлението на диода D).

$$U_{изх} = \frac{U_{вх}}{R + R_D} R = U_{вх} \frac{R}{R_D + R} \quad (10.49)$$

Очевидно необходимо е $R \gg R_D$, за да бъде $U_{вх} \approx U_{изх}$ по амплитуда.



Фиг. 10.19. Еквивалентната заместваща схема на последователния диоден ограничител

б) зона на непропускане (ограничение) на входния сигнал (диодът е запушен и $r_{обр} = R_{Dобр}$.

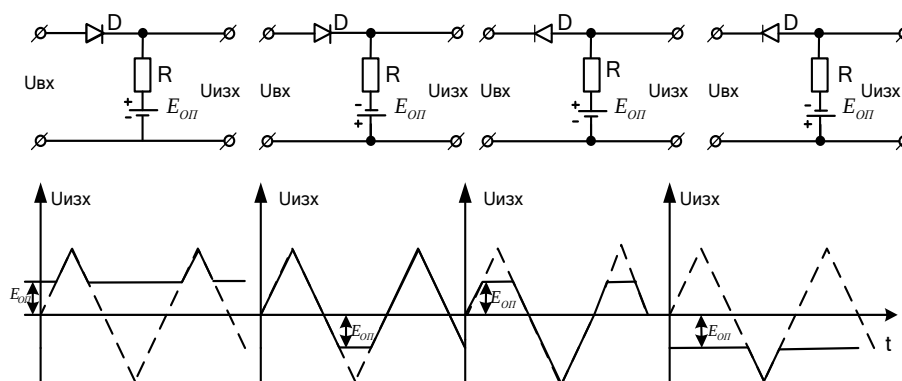
$$U_{изх} = \frac{U_{вх}}{R_{Dобр}} R \approx 0, \quad (10.50)$$

Трябва да бъде изпълнено условието $R_{Dобр} \gg R$.

За да работи схемата като ограничител, необходимо е R да отговаря на условията: $R_D \ll R \ll R_{Dобр}$ ($R_{Dобр}$ – съпротивление на диода D , включен в обратна посока).

Реален Si диод има $R_D = 100\Omega$, $R_{Dобр} \approx 1M\Omega$

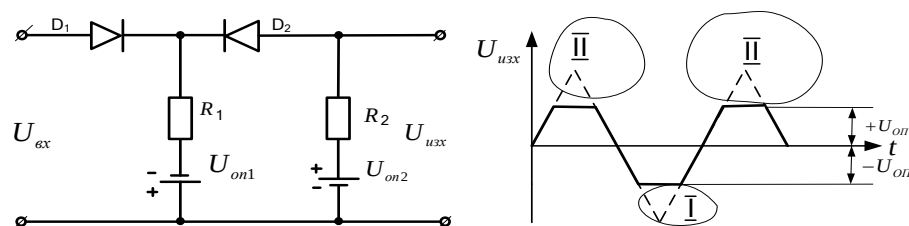
Възможно е ограничението да не става при ниво нула. За целта се използва източник на опорно напрежение, включен последователно на R . Така прагът се отмества, както е показано на фиг. 10.20. При тези схеми може да се разсъждава, че при наличието на отместващ източник на опорно напрежение ($E_{оп}$), нивото на ограничение се премества, в зависимост от приложения потенциал. Процесите са аналогични както в схемите на фиг. 10.17 и фиг. 10.18.



Фиг. 10.20. Последователни диодни ограничители с отместващ източник на опорно напрежение

10.2.3. Двустранни последователни диодни ограничители

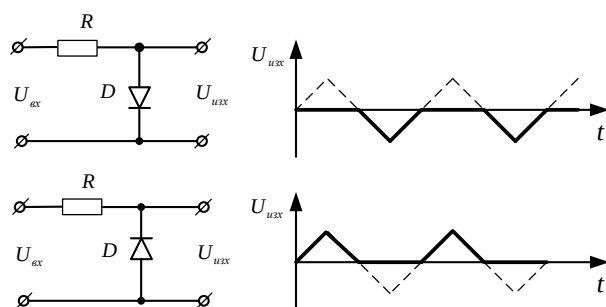
Двустранният ограничител (фиг. 10.21) представлява два последователно свързани ограничителя. Първият диоден ограничител D_1 , R_1 и $U_{оп1}$ пропуска целия сигнал и отрязва само зона I. Това е така, защото D_1 е ориентиран с анода към входа и $U_{оп1}$ има отрицателна стойност, която отмества прага до зона I. Вторият диоден ограничител D_2 , R_2 и $U_{оп2}$ ограничава сигнала отгоре – зона II.



Фиг. 10.21. Двустранни последователни диодни ограничители

10.2.4 Едностранни паралелни диоди ограничители

В четириполюсника на паралелния диоден ограничител, съпротивлението R е в последователния клон на схемата, а диодът D в паралелния (фиг. 10.22). Отрязването на съответната полуълна от сигнала е в резултат на шунтиращото действие на отпушения преход на диода. В първия случай схемата ограничава отгоре, защото анодът на диода е ориентиран към входа (свързан към съпротивлението R) и той се отпушва от положителният сигнал.

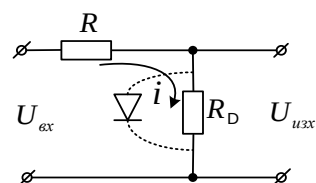


Фиг. 10.22. Едностранни паралелни диоди ограничители

Във втория случай диодът е обърнат и той ще шунтира отрицателния полупериод. Практически съпротивлението R прехвърля сигнала към изхода, а диодът шунтира онази част, в зависимост от полярността на отпушване.

Аналогично както при последователните диоди

ограничители, отчитайки реалните характеристики на диода R_{Dnp} и $R_{Dобр}$, може да се получат изрази за $U_{изх}$ за двете полуълни на входният сигнал $U_{вх}$, базирайки се отново на еквивалентната заместваща схема (фиг. 10.23), когато:



Фиг. 10.23. Еквивалентната заместваща схема на едностранен паралелен диоден ограничител

а) $U_{вх} > 0$ – диодът е отпушен

$$U_{изх} = U_{вх} \frac{R_{Dnp}}{R + R_{Dnp}} \quad (10.51)$$

Съпротивлението на диода в права посока R_D е много малко или

$R_D \ll R$, тогава $U_{изх} \approx 0$.

$R_D \gg R_{Dnp} \Rightarrow U_{изх} \approx 0$, $U_{изх} \ll U_{вх}$;

б) $U_{вх} < 0$ – диодът е запушен

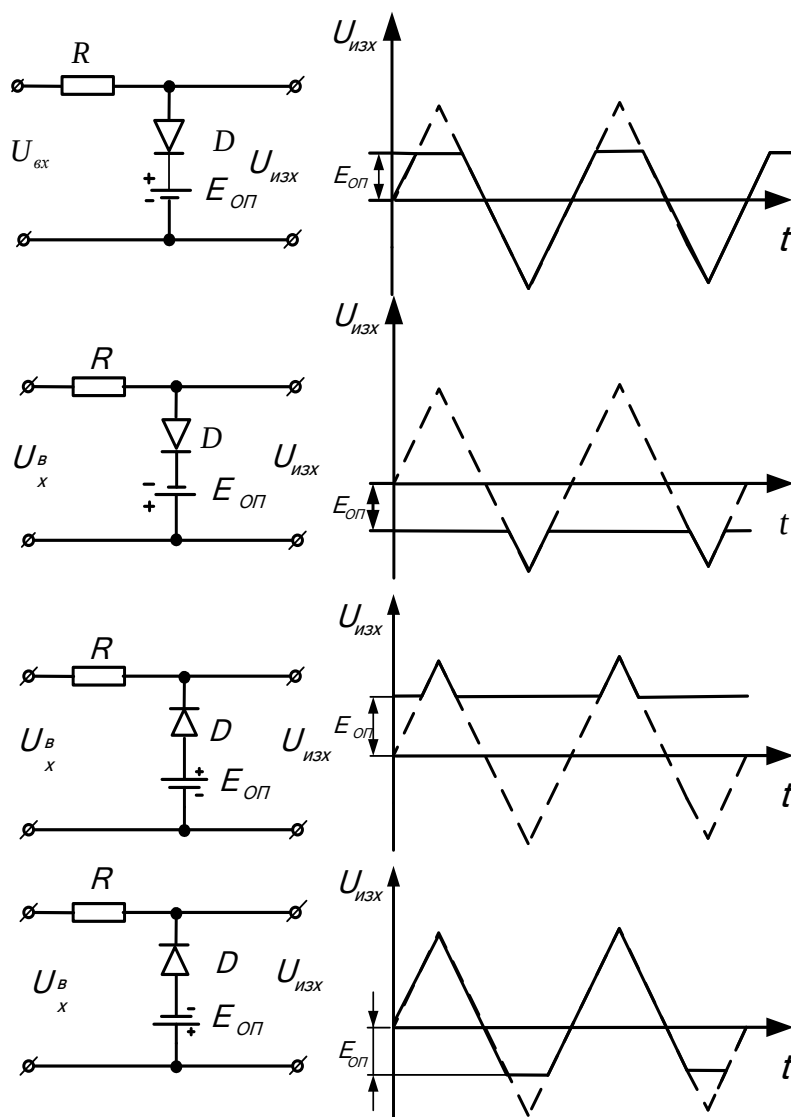
$$U_{изх} \approx U_{вх} \quad R \ll R_{Dзан}$$

$$U_{изх} = U_{вх} \frac{R_{Dзан}}{R + R_{Dзан}} \approx 1, \quad (10.52)$$

като се има предвид, че $R_{Dобр}$ е с високоомна стойност или $R_{Dобр} \gg R$, $U_{изх} \approx U_{вх}$. Сигналът се предава в изхода.

С използване на източник на опорно напрежение, може да се изменя нивото на ограничение. Тук отново трябва да се каже, че източникът на опорно напрежение определя праговата стойност, при която диодът се отпушва и шунтира съответната съставяща от сигнала (фиг. 10.24). Вижда се, че посоката на ограничение зависи от посоките на включване

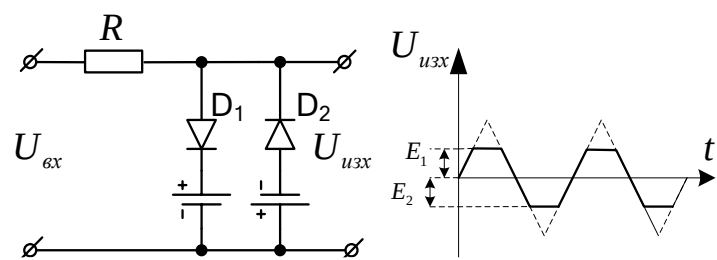
на диода, а прагът на ограничение - от източника на опорно напрежение.



Фиг. 10.24. Паралелни диодни ограничители с отместващ източник на опорно напрежение

10.2.5. Двупосочни паралелни ограничители

Двупосочните паралелни ограничители ограничават амплитудата на входния сигнал от двете страни (фиг. 10.25). Първият ограничител D_1R отрязва всяка част, която се появи по-висока от стойността на опорното напрежение E_1 . Вторият ограничител отрязва нивата под стойностите на потенциала E_2 . При потенциали на входа над E_1 , диодът D_1 се отпушва и извършва шунтиране на този участък, а при потенциали под E_2 – D_2 се отпушва и шунтира по-ниските стойности. Практически, изходният сигнал е ограничен от стойностите на двете опорни напрежения E_1 и E_2 .



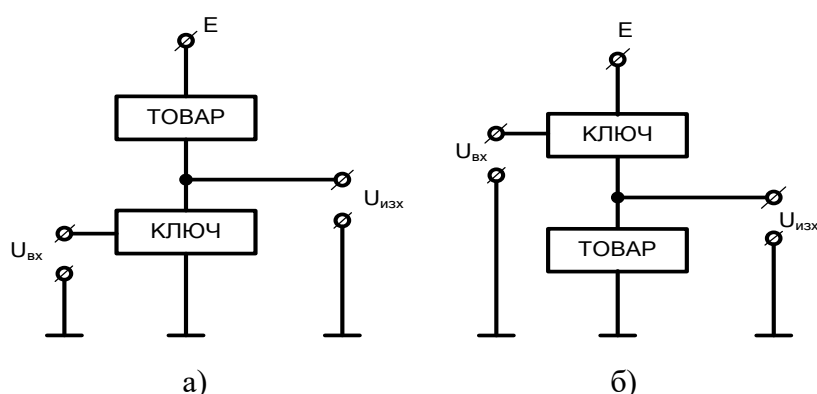
Фиг. 10.25. Двустранен паралелен диоден ограничител с отместващи източници на опорно напрежение

11. Транзисторни ключове

11.1. Схеми на свързване

Ролята на комутиращ елемент в тези ключове играе транзистор – *биполярен* или *MOS*. Според начина на свързване на ключа и товара са възможни най-общо казано две схеми, всяка от които има специфични свойства:

- инвертиращ ключ (фиг. 11.1 а), при който изходният сигнал е инверсен спрямо входния и товарът е включен в горния клон на схемата към захранващия източник;
- неинвертиращ ключ (фиг. 11.1 б), при който изходният сигнал е идентичен с входния и товара е включен към общия полюс маса (земя);

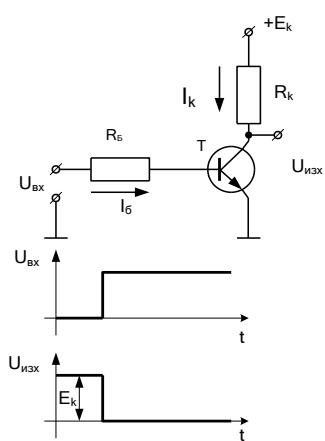


Фиг. 11.1. Схеми на свързване на ключ към товар

а) инвертиращ; б) неинвертиращ

11.2. Схеми на включване на биполярните транзистори

11.2.1. Схемина ОЕ



Фиг. 11.2. Схемина ОЕ

Ключовият елемент е биполярния транзистор Т, *p-n-p* или *n-p-n* тип.

Възможни са 4 схеми на включване. Най-често срещаната схема в практиката е общ емитер (ОЕ), фиг. 11.2. При нея изходният сигнал е инверсен спрямо входния.

$$I_k = \beta I_6$$

$$I_{изх} = \beta I_{вх}$$

$$U_{изх} > U_{вх}$$

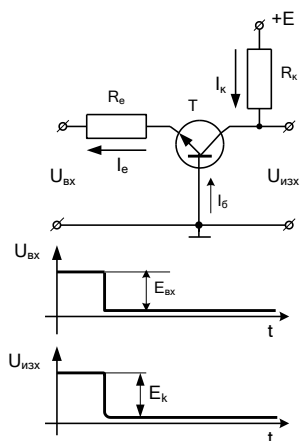
$$R_{изх} \gg R_{вх}$$

$$I_e = I_k + I_6 = \frac{\alpha + 1}{\alpha} I_6$$

$$I_{изх} = \frac{\alpha}{\alpha + 1} I_{6x}$$

11.2.2. Схемина ОБ

Схемина обща база (ОБ), фиг. 11.3 е сравнително рядко срещана схема. Използва се за съгласуване на нива.



Фиг. 11.3. Схема ОБ

$$U_{изх} = \alpha U_{вх}$$

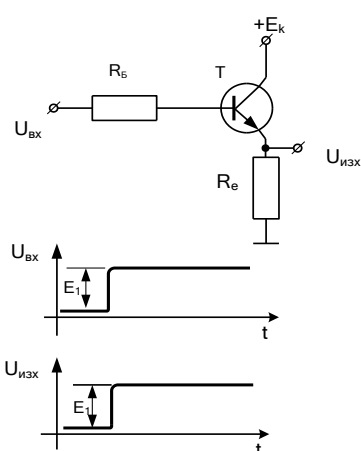
$$I_e = I_k + I_b = \frac{\alpha + 1}{\alpha} I_b$$

$$I_{изх} = \frac{1}{1 + \alpha} I_{вх}$$

α — коэффициент на усиление по ток на транзистора.

$$R_{вх} \ll R_{изх}$$

11.2.3. Схема ОК



Фиг. 11.4. Схема ОК

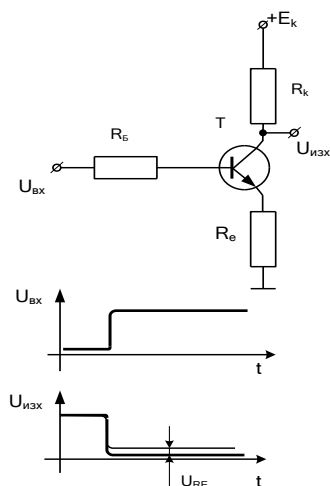
Схемата общ колектор (ОК) фиг 11.4 се използва често в практиката. Нарича се така защото колектора е свързан директно (без съпротивление) към захранващия източник, а товара е в емитерната верига. Нарича се още емитерен повторител и се използва за усиление и съгласуване на сигнали.

Характеризира се с голямо входно съпротивление и малко изходно.

$$U_{изх} = \alpha U_{вх}$$

$$I_{изх} = \frac{1}{1 - \alpha} I_{вх}$$

11.2.4. Схема звезда



Фиг. 11.5. Схема звезда

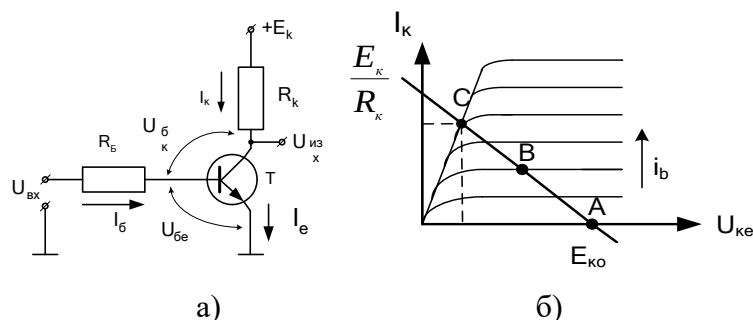
От схема общ емитер може да получим схема звезда като включим съпротивление R_e , както е показано на фиг. 11.5. Характерно е повдигане на изходния сигнал $U_{изх}$ със стойност U_{RE} , което се явява като спад на напрежение върху емитерното съпротивление при отпушен преход колектор-емитер.

$$U_{RE} = E_k \frac{R_e}{R_e + R_c} \quad Re < R_k$$

$$R_e < R_c \quad \text{средно } R_{вх}, \text{ средно } R_{изх}$$

Схемата има средно входно и средно изходно съпротивление.

Най-често се използва схемата OE , понеже тя притежава най-голям коефициент на усиление по мощност (фиг. 11.6 а).



Фиг. 11.6. Схема ОЕ

а) токове и напрежения; б) изходна характеристика и товарна права

За конкретни стойности на E_K и R_K може да се определи статичният режим на транзисторния ключ чрез изходните характеристики на транзистора Т и нанесената товарна права (фиг. 11.6 б).

Точка А – транзисторът Т е запушен (работи в т. нар. режим на отсечка). Ако $U_{BX} \leq E_0$ ($E_0 = (0,4 \div 0,5)V$ - праг на отпушване за Si транзистори) през запушения преход база-колектор протича обратния колекторен ток I_{KO} и затова

$$U_{изх} = E_K - I_{KO} R_K \approx E_K. \quad (11.1)$$

Двата прехода база-колектор и база-емитер са запушени.

Точка Б – транзисторът Т работи в активен режим. Преходът база-емитер е отпушен, преходът база-колектор е запушен.

$$U_{изх} = E_K - I_K R_K; \quad I_K = \beta I_B; \quad U_{BK} > U_{Be} > E_0 \quad (11.2)$$

Точка В – транзисторът Т е наситен - базисния ток $I_B \geq I_{Bн}$.

При това и двата прехода база-емитер и база-колектор са отпушени (трите електрода стават екивипотенциални)

$$I_B = \frac{U_{BX} - U_{Be}}{R_B} \approx \frac{U_{BX}}{R_B} \quad (11.3)$$

Колекторният ток е

$$I_K = I_{KH} = \frac{E_K - U_{KE}}{R_K} \approx \frac{E_K}{R_K}. \quad (11.4)$$

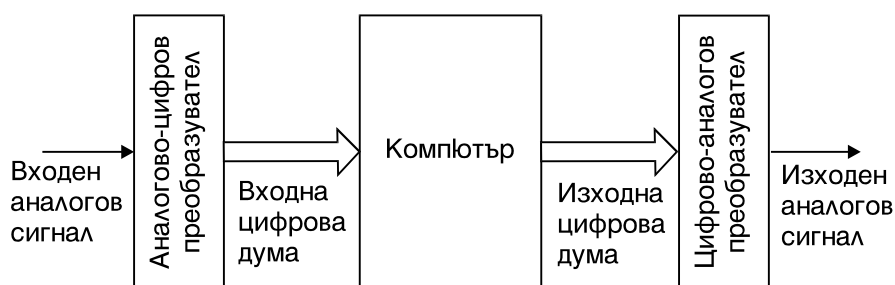
В този случай, когато транзисторът работи в режим на насищане изменението на параметрите и по-точно на коефициента на предаване на силен сигнал, няма да оказва влияние върху режима. Коефициентът на усилване на схемата се изразява по следния начин:

$$\beta = \frac{I_{KH}}{I_{Bн}} \quad (11.5)$$

От друга страна дълбоко запусване при германиеви транзистори може да се получи само при наличие на допълнително запусващо напрежение от отделен източник, включен към базовата верига. При силициеви транзистори не е необходимо подобно усложнение на схемата, понеже входната характеристика (на прехода база-емитер) има отсечка $E_0 \approx 0,4V$, което е достатъчно за запусване на транзистора при $U_{bx} \approx 0$. Освен това топлинният ток при Si транзистори е много малък и не отмества в посока на отпушване потенциала на базата.

12. Аналогово-цифрови преобразуватели (АЦП) и цифрово-аналогови преобразуватели (ЦАП)

В съвременните условия почти всички технологични процеси се управляват от компютри. Сензорите, които събират данни за процесите, обикновено генерират аналогови сигнали. От друга страна повечето изпълнителни устройства се управляват с аналогови сигнали. Ето защо неразделна част на изчислителната техника, компютърната периферия и др. са аналогово-цифровите и цифрово-аналоговите преобразуватели (фиг. 12.1).



Фиг. 12.1. Блокова схема на свързване на компютър чрез АЦП и ЦАП към външния свят

При АЦП се използват най-често три основни вида преобразуватели: компенсационни АЦП, паралелни АЦП и АЦП с двутактно интегриране.

Обикновено се използват три основни схеми за преобразуване при работа с ЦАП: ЦАП с двоично претеглени резистори и сумиращ операционен усилвател, ЦАП с резисторна матрица R-2R и ЦАП с 2^n еднакви резистори R.

Приложения на АЦП и ЦАП

- АЦП: обработка на аудио и видео сигнали, сигнали от сензори, телекомуникации, медицински уреди, измервателни устройства и др.
- ЦАП: аудио устройства, видео системи, контролни системи, Радиочестотни (RF) системи, процесори за цифрова обработка на сигнали (DSP) и др.

Използвана литература

- [1] Кирий, А. И., А. Асенов. Измерване на топлинни, хидравлични и механични величини. Второ преработено издание в електронен вид. ТУ-София, катедра „Топло-и ядрена енергетика”, 2006. Сайт: <http://dtnpe.mediasetbg.com> (<http://dtnpe.tu-sofia.bg/uploads/materials/ITHMV.pdf>), (16.09.2019)
- [2] Ненов, Н. Х. Ръководство за лабораторни упражнения по електротехника. Част I – Електрически измервания. ЕКС-ПРЕС, Габрово, 2011 (ISBN 978-954-490-197-4).
- [3] Попов, В. С. Теоретическая электротехника. М., Энергия, 1975.
- [4] Раждането на Метричната система от мерни единици (2015-2019)
http://historynakratko.blogspot.com/2016/04/blog-post_6.html
(14.09.2019)
- [5] Школа для электрика, Классификация электроизмерительных приборов, условные обозначения на шкалах приборов, <https://electricalschool.info/spravochnik/izmeren/1834-klassifikacija-jelektroizmeritelnykh.html> - 03.09.2024.
- [6] Евстатиев, Б. Основни закони в електрическите вериги. pdf, Русенски Университет „Ангел Кънчев“, Факултет ЕЕА, 2016.
- [7] Барудов, С., В. Илиев, Б. Ников. Електроматериалознание в електротехниката и електрониката. ТУ-Варна, 2005.
- [8] Симеонов, И. Анализ и синтез на логически схеми. Университетско издателство „Васил Априлов“, 2016.
- [9] Иларионов, Р. Цифрова схемотехника, Габрово Принт ЕООД, 2007.

Съдържание

Предговор	3
1. Електрически измервания	4
1.1. Въведение в електрическите измервания.....	4
1.2. Основни понятия и определения.....	6
1.3. Международна система измервателни единици – СИ (SI).....	20
2. Измерване на електрически величини	23
1.1. Общи сведения.....	23
1.2. Измерване на електрически ток и електрическо напрежение.....	23
1.3. Измерване на електрическо съпротивление (при постоянен ток)	25
3. Основни величини и понятия в електротехниката, свързани с основните закони в електрическите вериги	28
3.1. Електрически заряд	28
3.1. Електрически ток.....	30
3.2. Основни елементи на електрическите вериги	31
3.3. Електрическо напрежение	33
3.4. Електрическо съпротивление	33
3.5. Електрически вериги.....	34
3.6. Възел, клон и затворен контур	34
3.7. Резистори.....	35
3.8. Източници на напрежение (ЕДН)	38
3.9. Източници на ток.....	40
3.10. Основни закони в електрическите вериги.....	41
3.11. Закони на Кирхоф.....	42
3.12. Енергия и мощност.....	46
3.13. Основни понятия, отнасящи се за променлив ток.....	48
4. Проводникови материали – основни свойства	50
4.1. Проводникови материали	50
5. Логически функции. Задаване на логически функции. Елементарни логически функции. Логически елементи за реализация на логически функции	53
5.1. Логически функции.....	53
5.2. Задаване на логически функции.....	54
5.3. Елементарни логически функции	57
5.4. Логически елементи за реализация на логически функции	60
5.5. Основни свойства на логическите функции (И, ИЛИ и НЕ).....	67
5.6. Минимизация на логически функции.....	71

6. Премаване от логическа функция към комбинационна логическа схема (КЛС). Синтез на многоизходни КЛС	81
6.1. Премаване от логическа функция към комбинационна логическа схема (КЛС)	81
6.2. Синтез на многоизходни КЛС	83
7. Стандартни комбинационни логически схеми	86
7.1. Въведение	86
7.2. Дешифратори	86
7.3. Шифратори	90
7.4. Кодови преобразуватели	92
7.5. Комбинационни суматори	93
7.6. Цифрови компаратори (схеми за сравнение)	95
7.7. Мултиплексори	95
7.8. Демултиплексори	97
8. Последователностни схеми	98
8.2. Задаване на автомати	99
8.3. Видове крайни автомати	102
8.4. Елементарни автомати	102
8.5. Преобразуване на един тип елементарен автомат (ЕА) в друг	106
8.6. Структурен синтез на последователностни автомати	107
9. Стандартни последователностни схеми	108
9.1. Броячи	108
9.2. Регистри	110
10. Линейни и нелинейни импулсни схеми	111
10.1. Линейни импулсни схеми	111
10.2. Нелинейни импулсни схеми	118
11. Транзисторни ключове	125
11.1. Схеми на свързване	125
11.2. Схеми на включване на биполярните транзистори	125
12. Аналогово-цифрови преобразуватели (АЦП) и цифрово-аналогови преобразуватели (ЦАП)	129
Използвана литература	130